

BfG-1822

Bericht

Leitfaden für die Einmessung von hydrographischen Messsystemen auf Vermessungsschiffen

Dipl.-Ing. Th. Brüggemann

31.03.2014

Auftraggeber:	Wasser- und Schifffahrtsverwaltung des Bundes Generaldirektion Wasserstraßen und Schiff- fahrt (GDWS)
SAP-Nr.:	Entwickeln von technischen Standards für die qualitätsgesicherte Gewässervermessung M39610500500
Anzahl der Seiten:	53
Aufgestellt durch:	Thomas Brüggemann

Bundesanstalt für
Gewässerkunde

Referat M5
Geodäsie

Einmessung
hydrographischer
Messsysteme

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung.....	7
2	Unsicherheit eines Vermessungssystems	8
3	Anforderungen an die Einmessung	12
4	Grundlagen	15
4.1	Allgemeine Definition der Koordinatensysteme.....	15
4.2	Definition des Schiffskoordinatensystems.....	16
5	Örtliche Einmessung	18
5.1	Einmessung aller Punkte im örtlichen Koordinatensystem	18
5.2	Einmessung der Transducer zur Bestimmung der Einbauwinkel	19
5.3	Bestimmung der Yaw-Ausrichtung der IMU.....	22
5.4	Einmessung von Passpunkten im übergeordneten Bezugssystem	23
5.5	Aufzeichnen der Sensordaten	24
5.6	Einmessung im Wasser zur Festlegung des Koordinatensystems	24
6	Auswertung	25
6.1	Berechnung der Schiffskoordinaten.....	25
6.2	Berechnung der Einbauwinkel der Transducer	27
6.3	Berechnung des akustischen Zentrums der Transducer	32
6.4	Berechnung der Einbauwinkel der IMU	34
6.4.1	Bestimmung des IMU-Einbauwinkel _{Roll}	34
6.4.2	Bestimmen des IMU-Einbauwinkel _{Pitch}	36
6.5	Berechnung der Heading-Nullablage.....	38
7	Dokumentation der Einmessung	40
8	Zusammenfassung und Fazit.....	42

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: Vermessungsschiff „Hildegard von Bingen“	7
Abb. 2: Vermessungsschiff "Grimmershörn"	7
Abb. 3: Unsicherheit der Tiefen (GdV 95%), Binnenbereich mit Wassertiefe von 4m	8
Abb. 4: Unsicherheit der Position (GdV 95%), Binnenbereich mit Wassertiefe 4m.....	8
Abb. 5: Unsicherheit der Tiefen (GdV 95%), Küstenbereich mit Wassertiefe von 15m.....	9
Abb. 6: Unsicherheit der Position (GdV 95%), Küstenbereich mit Wassertiefe von 15m	9
Abb. 7: Sensoren eines Fächerlotsystems am Beispiel der Hildegard von Bingen (Triple-Head-System).....	12
Abb. 8: Definition des Schiffskoordinatensystems S_B	16
Abb. 9: E-Teilung als Wasserlinienmarke.....	17
Abb. 10: Einmessung auf der Helling	18
Abb. 11: Einbauwinkel Backbord-Transducer	19
Abb. 12: Einbauwinkel Steuerbord-Transducer	19
Abb. 13: Beispiel für die Verwendung einer Verlängerungslatte am Backbord-Transducer	20
Abb. 14: Bestimmung der Markierungspunkte.....	21
Abb. 15: Einbauwinkel Yaw der IMU.....	22
Abb. 16: Beispiel für eine Verlängerungslatte an der IMU	23
Abb. 17: Einmessung im Wasser.....	24
Abb. 18: Ablotung der Passpunkte auf die Wasserlinie.....	26
Abb. 19: Festlegung des Schiffskoordinatensystems S_B	26
Abb. 20: Akustisches Zentrum des Transducers (Beispiel BB-Transducer)	32
Abb. 21: Winkelbeziehung der IMU im Wasser (linkes Bild) und auf der Helling (rechtes Bild).....	34
Abb. 22: Bestimmung des IMU-Einbauwinkel $_{Roll}$ gegenüber S_B	35
Abb. 23: Berechnung der Lotfußpunkte im örtlichen Koordinatensystem S_{OKS}	36
Abb. 24: Bestimmung des IMU-Einbauwinkel $_{Pitch}$ gegenüber S_B	36
Abb. 25: Heading-Nullablage des Kompass.....	38

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Abkürzungsverzeichnis.....	5
Tabelle 2: Koordinaten der Passpunkte im Schiffskoordinatensystem S_B	26
Tabelle 3: Koordinaten der Passpunkte im Transducer-Koordinatensystem S_T	33

Anhang

Formelzusammenstellung

Abkürzungen

AA	Arbeitsanweisung, Dokument von aQua
aQua	angewandtes Qualitätsmanagement in der Gewässervermessung der WSV
BfG	Bundesanstalt für Gewässerkunde
GDWS	Generaldirektion Wasserstraßen und Schifffahrt
IMU	Inertiale Messeinheit
KSU	Kombinierte Standardunsicherheit
QM	Qualitätsmanagement
WSA	Wasser- und Schifffahrtsamt
WSV	Wasser- und Schifffahrtsverwaltung des Bundes

Tabelle 1: Abkürzungsverzeichnis

Bundesanstalt für
Gewässerkunde

Referat M5
Geodäsie

Einmessung
hydrographischer
Messsysteme

1 Einführung

Von der Bundesanstalt für Gewässerkunde (BfG) werden immer wieder Fachbeiträge bei der Beschaffung und Inbetriebnahme von Vermessungssystemen gefordert. Aufgrund der hierbei gemachten Erfahrungen und im Rahmen der Daueraufgabe „Entwicklung von technischen Standards für die qualitätsgesicherte Gewässervermessung“ wurde dieser Leitfaden für die Einmessung von hydrographischen Messsystemen auf Vermessungsschiffen erstellt.

Um das Genauigkeitspotential eines modernen hydrographischen Messsystems auch tatsächlich nutzen zu können, müssen alle Sensoren getrennt von einander und unabhängig von anderen Einflussgrößen bezogen auf ein fahrzeugfestes Koordinatensystem qualitätsgesichert eingemessen werden. Zusätzlich müssen die Einbauwinkel der Fächerlottransducer und der Inertialen Messeinheit (IMU) sowie die Heading-Nullablage des Kompass bezogen auf das Schiffskoordinatensystem bestimmt werden.

Die in den Qualitätsstandards der Gewässervermessung der Wasser- und Schifffahrtsverwaltung (aQua) derzeit geltende Arbeitsanweisung [AA102] für die Bestimmung der Installationsparameter der Messsensoren entspricht nicht mehr den heutigen gestiegenen Anforderungen und Bedürfnissen. Der vorliegende Leitfaden sollte als Grundlage einer zu überarbeitenden Arbeitsanweisung dienen.

Die in diesem Leitfaden beschriebenen Mess- und Berechnungsverfahren wurden bei der Einmessung der Vermessungsschiffe „Hildegard von Bingen“, „Mercator“, „Virsurgis“, „Johannes Kepler“ und „Grimmershörn“ der Wasser- und Schifffahrtsämter Bingen, Duisburg-Rhein, Minden, Schweinfurt und Cuxhaven erprobt und verifiziert.



Abb. 1: Vermessungsschiff „Hildegard von Bingen“



Abb. 2: Vermessungsschiff "Grimmershörn"

2 Unsicherheit eines Vermessungssystems

Die Gesamtunsicherheit eines hydrographischen Vermessungssystems (sowohl für die Tiefen als auch für die Positionen) wird durch eine Vielzahl verschiedener Faktoren beeinflusst [Wirth]. Welchen Einfluss alleine die Exzentrizitäten der einzelnen Sensoren (Schiffskoordinaten) und die Einbauwinkel sowie deren Messunsicherheiten haben, wird in den folgenden Abbildungen am Beispiel eines Fächerlotsystems deutlich.

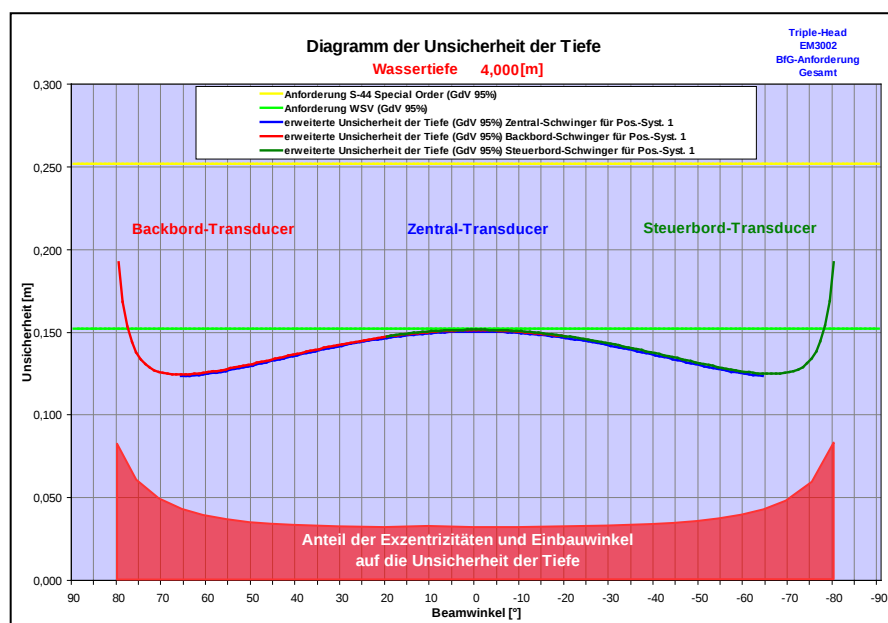


Abb. 3: Unsicherheit der Tiefen (GdV 95%), Binnenbereich mit Wassertiefe von 4m

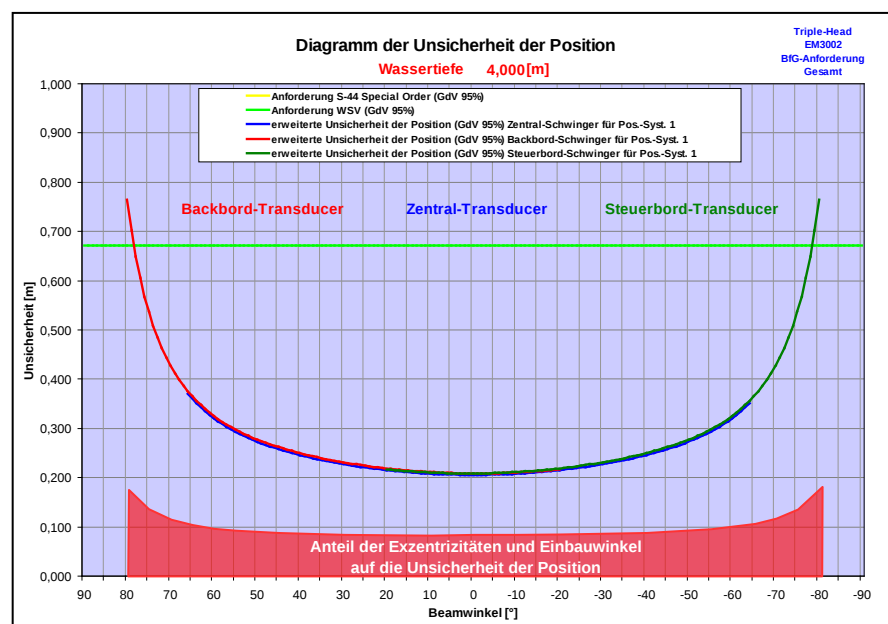


Abb. 4: Unsicherheit der Position (GdV 95%), Binnenbereich mit Wassertiefe 4m

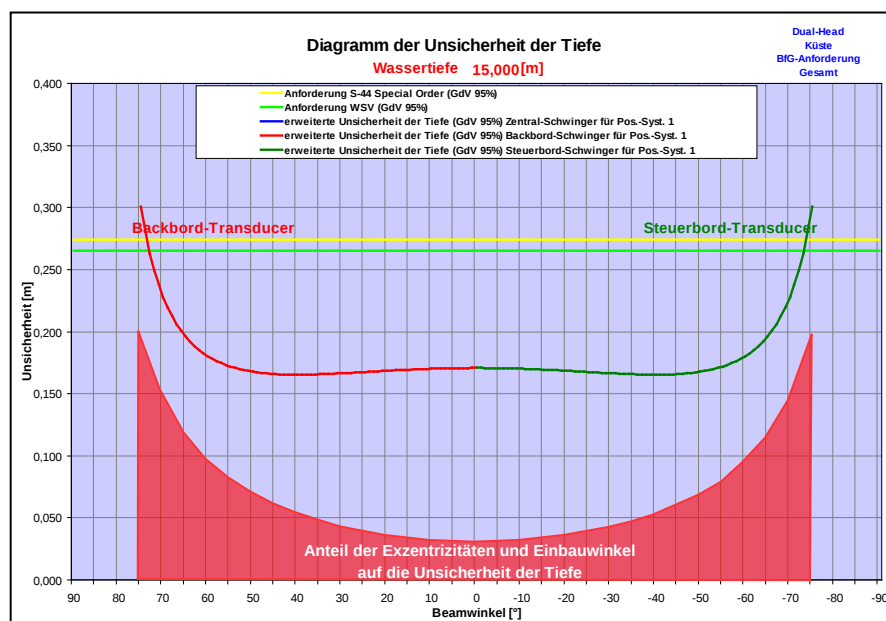


Abb. 5: Unsicherheit der Tiefen (GdV 95%), Küstenbereich mit Wassertiefe von 15m

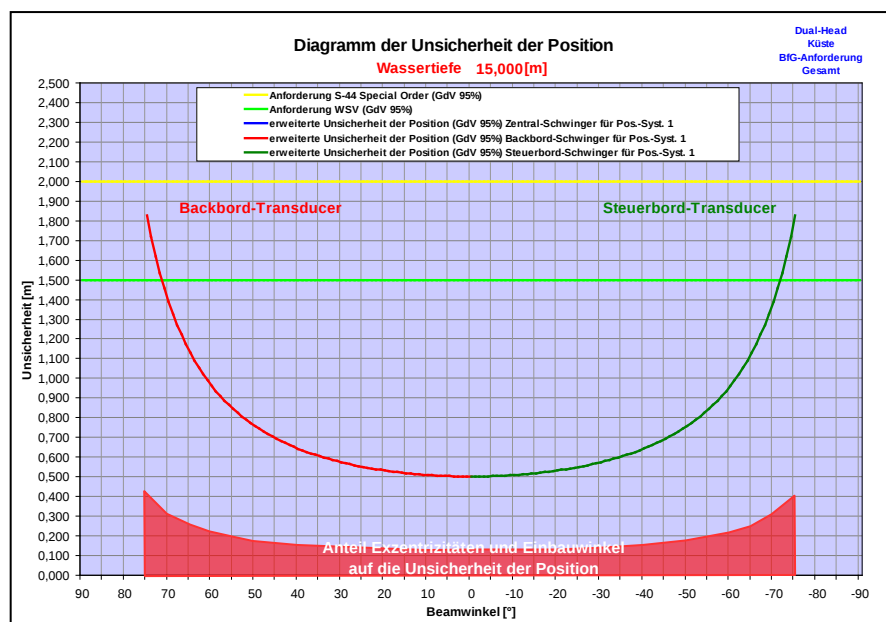


Abb. 6: Unsicherheit der Position (GdV 95%), Küstenbereich mit Wassertiefe von 15m

In Abb. 3 bis Abb. 6 sind die Unsicherheiten für die Tiefe und die Positionen sowohl für den Binnenbereich (Triple-Head-Fächerlotsystem, Wassertiefe 4m) als auch für den Küstenbereich (Dual-Head-Fächerlotsystem, Wassertiefe 15m) mit einem Grad des Vertrauens (GdV) von 95% dargestellt. Als Eingangsparameter wurden hier die typischen Exzentrizitäten für die in der Wasser- und Schifffahrtsverwaltung (WSV) eingesetzten Vermessungsschiffe für den Binnen- und Küstenbereich sowie die in Kapitel 3 beschriebenen Anforderungen an die Einmessungen verwendet.

In Abb. 3 und Abb. 5 ist als gelbe horizontale Linie die höchste Genauigkeitsanforderung nach dem IHO-Standard S-44 [IHO] entsprechend der Special-Order dargestellt.

Die vertikale Unsicherheit (*total vertical uncertainty TVU*) bei einem Grad des Vertrauens von 95% berechnet sich nach:

$$TVU = \pm \sqrt{a^2 + (b * d)^2} \quad (1)$$

mit: a := wassertiefenunabhängiger Unsicherheitsanteil[m]
nach IHO-S-44 special order: 0,25m
 b := Koeffizient []
nach IHO-S-44 special order: 0,0075
 d := Wassertiefe [m]

Die Unsicherheit nach dem IHO-Standard S-44 [IHO] Special-Order gilt für Gebiete bis zu einer Wassertiefe von 40m mit einer besonderen Bedeutung für die „Unterkielfreiheit“ (under-keel clearance). Bei einer Wassertiefe von 4m müsste demnach eine Tiefenunsicherheit von 25cm eingehalten werden.

Bei der horizontalen Positionsunsicherheit (*total horizontal uncertainty THU*) wäre nach dem IHO-Standard S-44 [IHO] Special-Order ein konstanter Wert von 2m zulässig, welcher in Abb. 4 in der verwendeten Skalierung außerhalb des Darstellungsbereichs liegt.

In der WSV werden jedoch deutlich höhere Genauigkeitsanforderungen an die hydrographischen Messdaten gestellt, welche als hellgrüne horizontale Linien dargestellt sind. Für den wassertiefenunabhängigen Unsicherheitsanteil (a) sollte aus Sicht der BfG demnach ein Wert von 0,14m und für den Koeffizient (b) ein Wert von 0,015 verwendet werden.

Im Binnenbereich bei einer Wassertiefe von 4m ergibt sich damit eine Anforderung an die Tiefenunsicherheit von 0,15m und im Küstenbereich bei einer Wassertiefe von 15m eine Anforderung von 0,26m.

Auch an die horizontale Positionsunsicherheit werden in der WSV höhere Anforderungen gestellt, als nach dem IHO-Standard S-44 [IHO] Special-Order zulässig wäre. Um insbesondere den Anforderungen im Binnenbereich gerecht zu werden, sollte aus Sicht der BfG die geforderte Positionsunsicherheit abhängig von der Wassertiefe sein. Insbesondere bei größeren Wassertiefen beispielsweise im Küstenbereich sollte jedoch eine maximale Positionsunsicherheit nicht überschritten werden.

$$THU = MINIMUM(\pm \sqrt{a^2 + (b * d)^2}; c) \quad (2)$$

mit: a := wassertiefenunabhängiger Unsicherheitsanteil[m] (0,30m)
 b := Koeffizient [] (0,15)
 c := maximale Positionsunsicherheit [m] (1,50m)
 d := Wassertiefe [m]

Im Binnenbereich bei einer Wassertiefe von 4m liegen die Anforderungen an die Positionsunsicherheit bei 0,67m. Ab einer Wassertiefe von ca. 10m ist demnach eine maximale Positionsunsicherheit von 1,5m einzuhalten.

In den Abb. 3 bis Abb. 6 sind für den Binnenbereich als rote, blaue und grüne Linie die Unsicherheiten der Tiefen bzw. Positionen der jeweiligen im Bugbereich installierten Transducer eines Triple-Head-Fächerlotsystems bzw. für den Küstenbereich als rote und grüne Linie die Unsicherheiten der Tiefen bzw. Positionen der jeweiligen Transducer eines Dual-Head-Fächerlotsystems bezogen auf eine in der Schiffsmittle installierten GNSS-Positionsantenne dargestellt.

Als jeweils rote Flächen werden die Anteile der Messunsicherheiten der Exzentrizitäten und der Einbauwinkel auf die gesamte Unsicherheit der Tiefen und Position dargestellt. Hierbei sieht man, dass alleine die Einmessung selbst bei Einhaltung der nachstehenden Anforderungen insbesondere bei größeren Fächeröffnungen einen nicht unwesentlichen Einfluss auf die Gesamtunsicherheit hat. Bei Nichteinhalten der Einmessungsanforderungen steigt der Anteil erheblich an und die geforderte Gesamtunsicherheit des Vermessungssystems kann nicht erreicht werden.

Alleine die Anteile der Messunsicherheiten der Schiffskoordinaten der Sensoren sowie der Einbauwinkel und Nullablagen haben u.a. in Abhängigkeit der Exzentrizitäten, der Beamwinkel der Transducer und der Wassertiefe einen Einfluss auf die Gesamtmessunsicherheit der Tiefen und der Positionen von ca. 25% bis 50% [Wirth].

Das Ziel der Einmessung muss es sein, den Anteil der Unsicherheit, der durch die Exzentrizitäten und die Einbauwinkel selbst verursacht wird, zu minimieren.

3 Anforderungen an die Einmessung

Ein hydrographisches Messsystem besteht aus einer Vielzahl verschiedener Sensoren (z.B. Fächerlottransducer, Inertiale Messeinheit (IMU), verschiedene GNSS-Antennen (s. Abb. 7)).

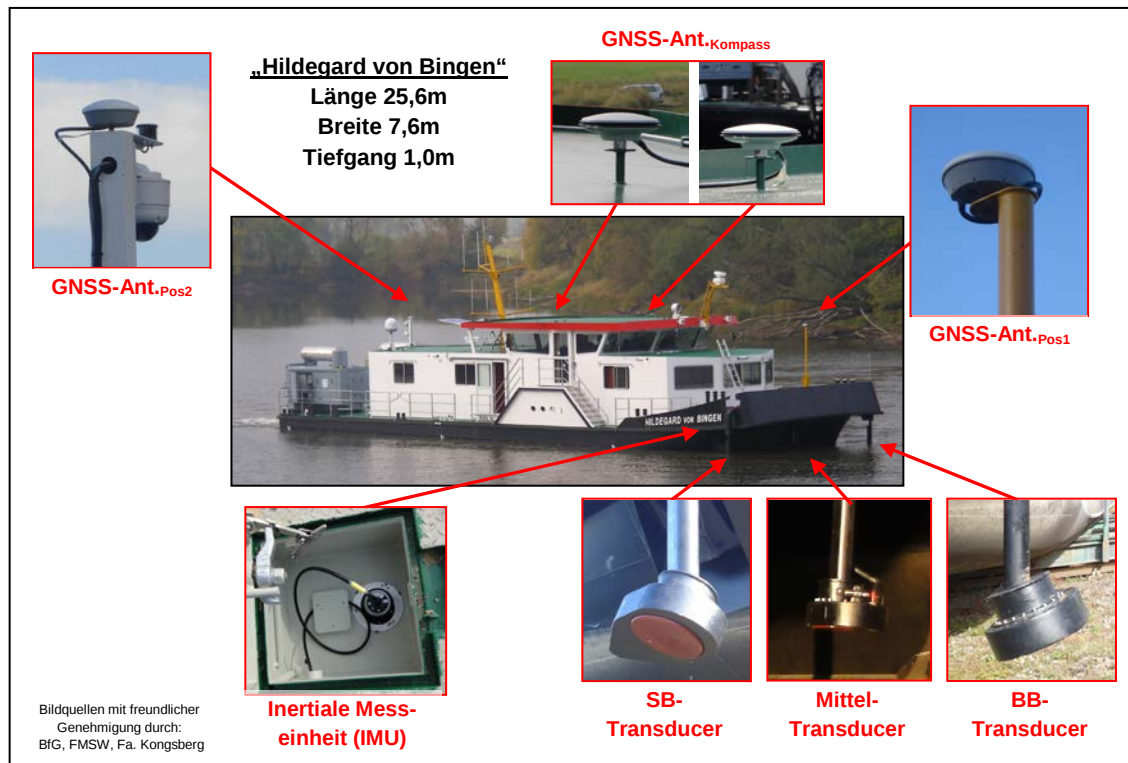


Abb. 7: Sensoren eines Fächerlotsystems am Beispiel der Hildegard von Bingen (Triple-Head-System)

Auf Grund der unterschiedlichen Einbauorte der Sensoren auf dem Schiff mit teilweise recht großen einbaubedingten Exzentrizitäten kommt der Einmessung des hydrographischen Messsystems und deren Genauigkeit eine besondere Bedeutung zu. Die Position aller Sensoren ist in einem fahrzeugfesten Koordinatensystem qualitätsgesichert zu vermessen. Zusätzlich müssen die entsprechenden Einbauwinkel der Transducer und der IMU sowie die Heading-Nullablage des Kompass getrennt von einander und unabhängig von anderen Einflussgrößen bezogen auf das Schiffskordinatensystem S_B bestimmt werden.

Das Ziel muss es sein, mit einem vertretbaren Aufwand die Sensoren so genau wie möglich und qualitätsgesichert einzumessen. Nur so lassen sich die in Kapitel 2 erläuterten Gesamtunsicherheiten für die Tiefen und die Positionen erreichen.

Mit Feldkalibrierverfahren, wie sie bei der Anwendung von Fächerlotsystemen üblich sind, lassen sich die Einflüsse der Einbauwinkel und Nullablagen der verschiedenen Sensoren nicht voneinander trennen bzw. sie liefern Ergebnisse, die nicht genau genug sind. Beispielsweise kann der Einbauwinkel der IMU in Schiffslängsrichtung (Pitch) nicht unabhängig von Beschickungs- und Tiefenmessfehlern und der Einbauwinkel der IMU in Schiffsquerrichtung (Roll) nicht unabhängig von den Einbauwinkeln der Transducer bestimmt werden.

Trotzdem darf nach einer Einmessung auf die Feldkalibrierungen nicht verzichtet werden, da diese wichtige Indikatoren für mögliche Systemveränderungen liefern.

Die Vektoren zwischen den einzelnen Sensoren sollen nach derzeitigen Anforderungen eine maximale Unsicherheit von $\leq 1\text{cm}$ aufweisen. Damit ergeben sich für die Sensoren folgende maximal zulässige Unsicherheiten für die Koordinatenkomponenten:

Unsicherheit der Schiffskoordinaten der Sensoren:

Transducer:	$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z =$	$< 5\text{mm}$
GNSS-Antennen:	$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z =$	$< 5\text{mm}$
Inertiale Messeinheit (IMU):	$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z =$	$< 5\text{mm}$

Die Unsicherheit einer Strecke (Vektor) aus Koordinaten wird nach Formel (52) berechnet.

Die geforderten Unsicherheiten der Schiffskoordinaten der Sensoren lassen sich mit der heute in der Ingenieurvermessung standardmäßig eingesetzten Messtechnik (Tachymeter, Laserscanner, ...) gut erreichen.

An die Einbauwinkel der Fächerlottransducer werden folgende Anforderungen gestellt:

Unsicherheit der Einbauwinkel der Transducer:

Transducer:	Transducer-Einbauwinkel _{Roll} :	$\sigma_{\text{T-Einbauwinkel_Roll}} =$	$< 0,1^\circ$
	Transducer-Einbauwinkel _{Pitch} :	$\sigma_{\text{T-Einbauwinkel_Pitch}} =$	$< 0,1^\circ$
	Transducer-Einbauwinkel _{Gier} :	$\sigma_{\text{T-Einbauwinkel_Gier}} =$	$< 0,1^\circ$

Die Einbauwinkel der IMU und die Nullablage des Headings des Kompass dürfen nicht schlechter als die Messunsicherheit der Sensoren selbst sein. Bei den derzeit in der WSV eingesetzten Sensoren ergeben sich demnach folgende Unsicherheiten:

Unsicherheit der Einbauwinkel der IMU und der Nullablage des Kompasses:

IMU:	IMU-Einbauwinkel _{Roll} :	$\sigma_{\text{IMU-Einbauwinkel_Roll}} =$	$<0,02^\circ$
	IMU-Einbauwinkel _{Pitch} :	$\sigma_{\text{IMU-Einbauwinkel_Pitch}} =$	$<0,02^\circ$
	IMU-Einbauwinkel _{Yaw} :	$\sigma_{\text{IMU-Einbauwinkel_Yaw}} =$	$<0,1^\circ$
Kompass:	Heading-Nullablage:	$\sigma_{\text{Heading-Nullablage}} =$	$<0,1^\circ$

Da die Winkel aus Koordinaten abgeleitet werden müssen, werden hier teilweise Standardunsicherheiten der Koordinaten von $<0,5\text{mm}$ gefordert. Dies stellt, insbesondere bei den Rahmenbedingungen auf einem Schiff und der entsprechenden Umgebung einer Bauwerft, eine messtechnische Herausforderung dar. Um diese Anforderung zu erreichen, müssen entsprechend geeignete Messsysteme und -verfahren aus dem Bereich der Ingenieurvermessung eingesetzt werden.

Die tatsächlich erreichten Unsicherheiten aus der Einmessung sowohl für die Schiffskoordinaten als auch für die Einbauwinkel sind nachzuweisen.

4 Grundlagen

4.1 Allgemeine Definition der Koordinatensysteme

Prinzipiell wird für die einzelnen Berechnungen für jeden Sensor ein eigenständiges „Sensor-“Koordinatensystem benötigt. In der Literatur gibt es eine Fülle von Varianten, wie die benötigten Koordinatensysteme definiert werden können. Im Folgenden werden u.a. die in [Wirth] vorgenommenen Definitionen verwendet.

- S_R := Reference Frame, übergeordnetes, kartesisches geozentrisches Bezugssystem mit ellipsoidischen Koordinaten (L, B, h)
- S_U := User Reference Frame, übergeordnetes Bezugssystem mit Nutzerkoordinaten, z.B. UTM-Koordinaten und NHN-Höhen
- S_{LL} := Local Level Reference Frame, Realisierung eines lokalen, horizontalen und nordorientierten Koordinatensystems (keine geodätische Achsbezeichnung, x zeigt nach Osten, y nach Norden) im Ursprung des fahrzeugfesten Koordinatensystems
- S_B := Body Reference Frame, Realisierung des fahrzeugfesten Koordinatensystems, die Achsen im Body Reference Frame S_B sind folgendermaßen definiert:
- X_B -Achse zum Bug
 - Y_B -Achse nach Backbord
 - Z_B -Achse aufwärtsgerichtet
 - Der Koordinatenursprung liegt im Heckbereich auf Höhe der Wasserlinie.
- S_T := Transducer Reference Frame, transducerfestes Koordinatensystem, die Achsen im Transducer Reference Frame S_T sind folgendermaßen definiert:
- X_T -Achse in Vorausrichtung
 - Y_T -Achse in Steuerbordrichtung
 - Z_T -Achse in Signalausrichtung (Richtung Gewässersohle)
 - Der Koordinatenursprung liegt im geometrischen Zentrum auf der Oberfläche des Transducers.
- S_{IMU} := IMU Reference Frame, gehäusefestes Koordinatensystem in der Inertial Measurement Unit
- $S_{ÖKS}$:= Örtliches mathematisches Bezugssystem, lokales, horizontiertes jedoch nicht nordorientiertes mathematisches Koordinatensystem (mathematische Achsbezeichnung, x entspricht dem Rechtswert, y entspricht dem Hochwert) im Umfeld des Schiffs bei der Einmessung

Diese Systeme sind Rechtssysteme!

$S'_{\text{ÖKS}}$:= Örtliches geodätisches Bezugssystem, lokales, horizontiertes jedoch nicht nordorientiertes geodätisches Koordinatensystem (geodätische Achsbezeichnung, y entspricht dem Rechtswert, x entspricht dem Hochwert) im Umfeld des Schiffs bei der Einmessung

Dieses System ist ein Linkssystem!

4.2 Definition des Schiffskoordinatensystems

Alle Sensoren sind in ein fahrzeugfestes Schiffskoordinatensystem S_B (s. Abb. 8) einzumessen, wobei die X_B -Achse des Schiffskoordinatensystems der Schiffsachse vom Heck zum Bug entspricht, die Y_B -Achse von der Steuerbordseite zur Backbordseite verläuft und die Z_B -Achse aufwärtsgerichtet ist. Der Koordinatenursprung liegt im Heckbereich auf Höhe der Wasserlinie. Es handelt sich bei dem Schiffskoordinatensystem um ein Rechtssystem (rechtshändiges Koordinatensystem). Bei der Einmessung werden verschiedene Punkte unterschieden: Passpunkte, Sen­­sorpunkte, Wasserlinienmarken und Punkte der tatsächlichen Wasserlinie sowie Hilfspunkte zum Ableiten der Einbauwinkel.

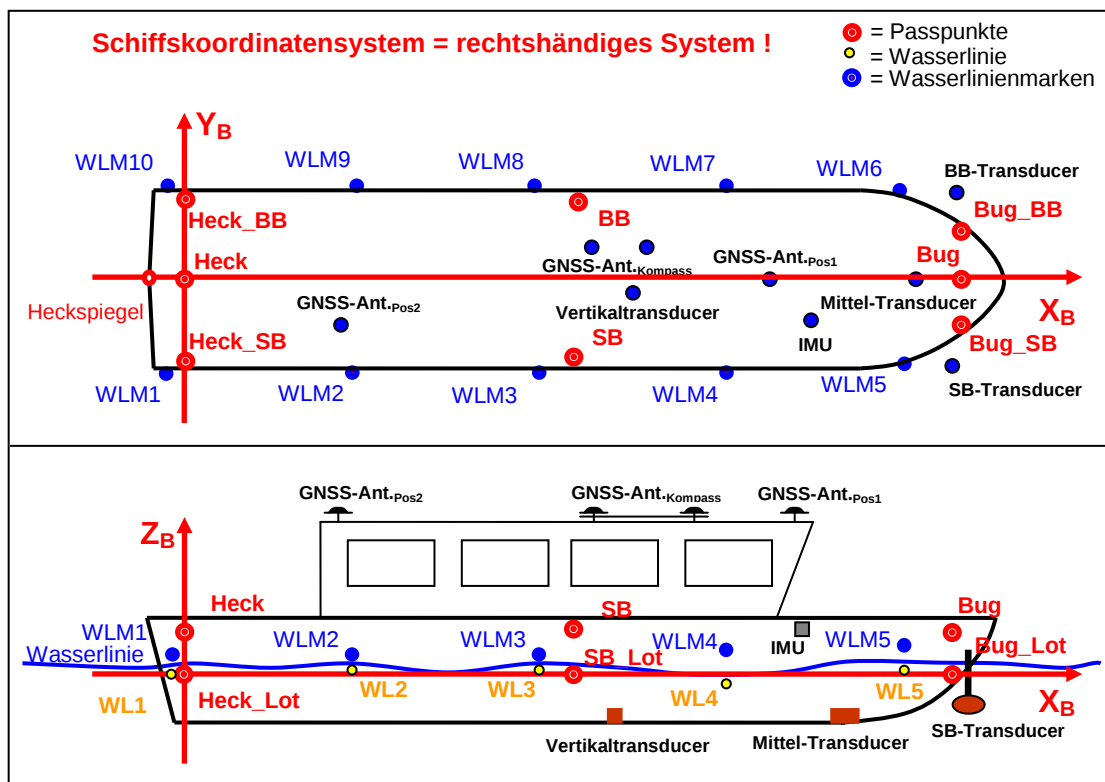


Abb. 8: Definition des Schiffskoordinatensystems S_B

Die sechs Passpunkte am Heck (Heck_BB, Heck_SB), in der Schiffsmitte (BB, SB) und am Bug (Bug_BB, Bug_SB) repräsentieren das Schiffskordinatensystem und sind dauerhaft am Schiff zu vermarken. Die für die rechnerische Festlegung des Schiffskordinatensystems erforderlichen Passpunkte „Heck“ und „Bug“ sind gerechnete Punkte, die nicht vermarkt sind. Die Schiffskordinatensystemachse X_B soll der Schiffsachse entsprechen. Hierzu müssen die jeweiligen gegenüberliegenden backbord- und steuerbordseitigen Passpunkte den gleichen Abstand zur Schiffsachse haben.

Wenn das Schiffskordinatensystem bei der Auswertung rechnerisch in den tatsächlichen Heckspiegel des Schiffes verschoben werden soll, muss dieser entsprechend mit aufgemessen werden. Der Koordinatenursprung kann dann nach den gesamten Berechnungen durch eine entsprechende Translation des Schiffskordinatensystems in X-Richtung in den Heckspiegel gelegt werden.

Da die tatsächliche Wasserlinie insbesondere bei Schiffsneubauten während der Einmessung auf der Helling i.d.R. noch nicht ausreichend genau bekannt ist, werden zunächst Wasserlinienmarken (WLM_i), die etwas oberhalb der zu erwartenden tatsächlichen Wasserlinie dauerhaft angebracht werden, eingemessen.

Um im späteren Messbetrieb die aktuelle Lage des Schiffes bezogen auf den Wasserspiegel schnell ablesen zu können, haben sich als Wasserlinienmarken kurze ca. 20cm lange „Pegellatten“ mit einer E-Teilung als zweckmäßig erwiesen (s. Abb. 9). Hierbei reicht es jedoch aus, auf jeder Seite die bug- und heckseitigen Wasserlinienmarken und ggf. die in der Schiffsmitte liegenden Marken als „Pegellatte“ auszuführen. Die Anbringung der „Pegellatten“ ist höhenmäßig an die zu erwartende Wasserlinie anzupassen.

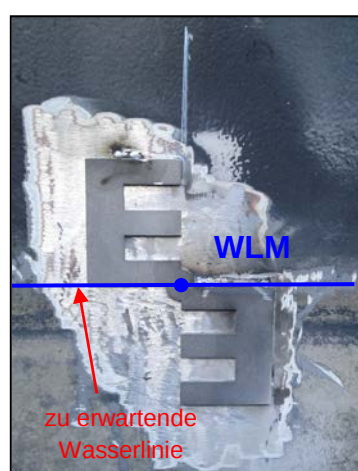


Abb. 9: E-Teilung als Wasserlinienmarke

5 Örtliche Einmessung

5.1 Einmessung aller Punkte im örtlichen Koordinatensystem

Die Einmessung aller Punkte (Passpunkte, Sensorpunkte, Wasserlinienmarken und Hilfspunkte zum Ableiten der Einbauwinkel) erfolgt auf der Helling und muss so angelegt und durchgeführt werden, dass grobe Fehler bereits vor Ort erkannt oder bei der späteren Auswertung zuverlässig eliminiert, sowie die erreichten Punktunsicherheiten nachgewiesen werden können.

Die Einmessung kann mit Tachymetern oder anderen koordinatenbestimmenden Verfahren (z.B. Laserscanner) erfolgen. Entscheidend ist, dass die geforderten Unsicherheiten nachweislich erreicht werden.

Alle Punkte sind unabhängig von der eingesetzten Messtechnik von mindestens zwei Standpunkten aus aufzumessen und die Koordinaten sind durch eine Netzausgleichung zu bestimmen. Die Netzausgleichung dient neben der Genauigkeitssteigerung im Wesentlichen dem Nachweis der erreichten Unsicherheit. Die jeweiligen Unsicherheiten der Koordinaten in den verschiedenen Koordinatensystemen sind zu dokumentieren und in den weiteren Berechnungen weiter mitzuführen.

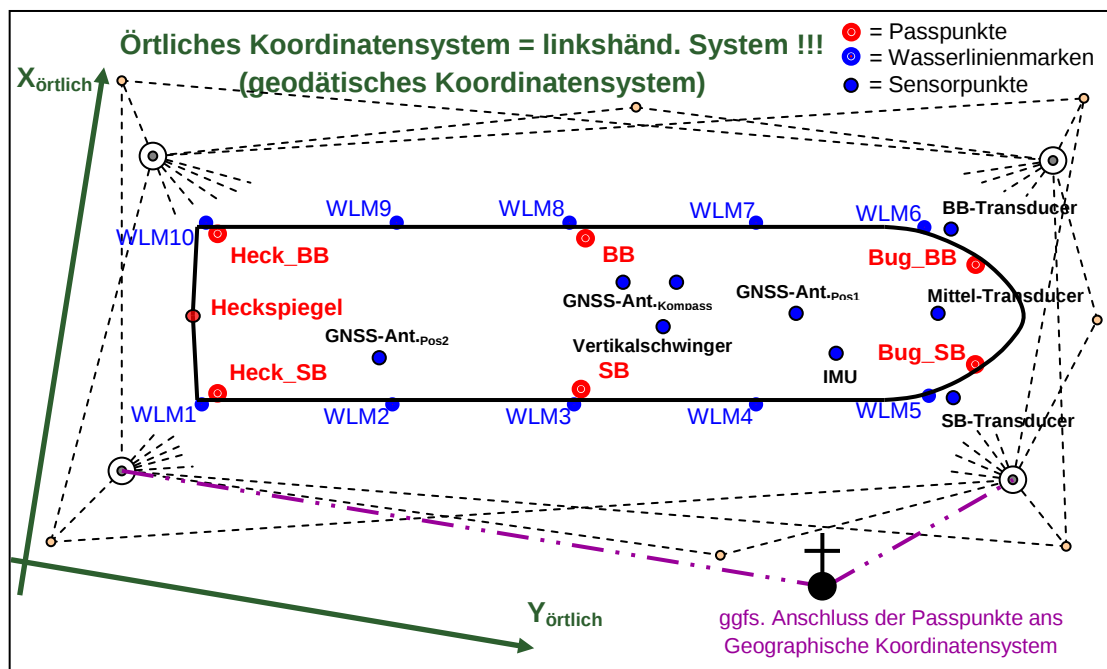


Abb. 10: Einmessung auf der Helling

Üblicherweise erfolgt die örtliche Einmessung in einem örtlichen geodätischen Koordinatensystem S'_{OKS} . Hierbei handelt es sich um ein linkshändiges Koordinatensys-

tem. Die gesamten in der weiteren Berechnung verwendeten Formeln beziehen sich jedoch, wie in der Hydrographie üblich, auf ein mathematisches Koordinatensystem. Daher sind nach der Netzausgleichung und vor den weiteren Berechnungen die Koordinaten zunächst in ein mathematisches Rechtskoordinatensystem $S_{ÖKS}$ zu überführen. Hierzu wird das Vorzeichen der Y-Werte entsprechend umgekehrt.

5.2 Einmessung der Transducer zur Bestimmung der Einbauwinkel

Bei Transducern mit einer ebenen Oberfläche können die Einbauwinkel (Roll-, Pitch- und Gierwinkel) beispielsweise aus vier auf der Schwingerebene oder parallel hierzu liegenden Punkten P1 bis P4 (Punktbezeichnung BB_P_i für den Backbord- und SB_P_i für den Steuerbord-Transducer) bestimmt werden (s. Abb. 11 und Abb. 12).

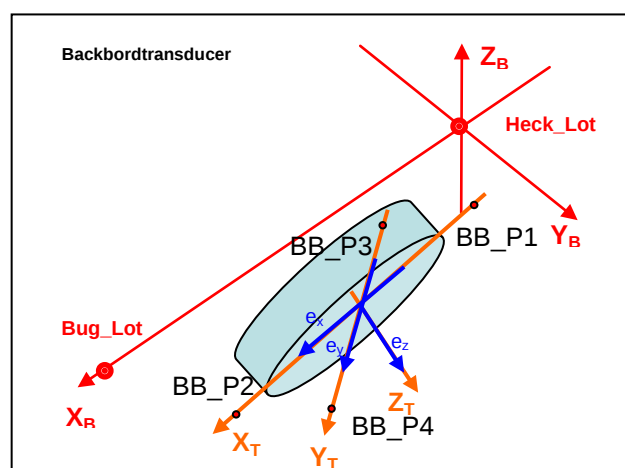


Abb. 11: Einbauwinkel Backbord-Transducer

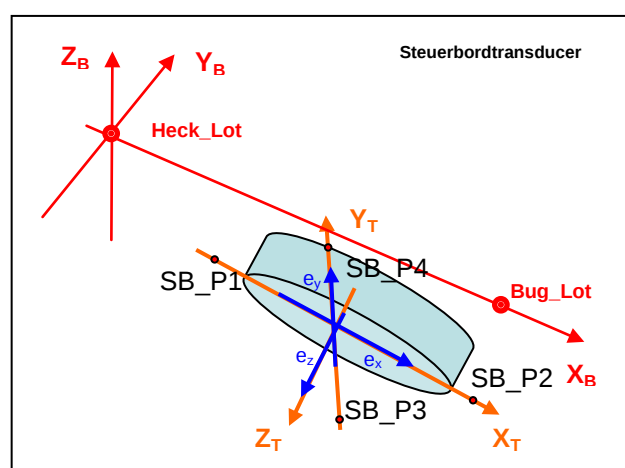


Abb. 12: Einbauwinkel Steuerbord-Transducer

Wichtig ist, dass der Punkt P1 heckseitig, der Punkt P2 bugseitig, der Punkt P3 backbordseitig und der Punkt P4 steuerbordseitig angeordnet wird. Nur so werden die Einbauwinkel mit den angegebenen Formeln auch vorzeichenrichtig berechnet. Für

den mittschiffs installierten Transducer eines Triple-Head-Systems gelten die Definitionen sinngemäß.

Die vier Punkte der jeweiligen Transducer sind hierzu in das Schiffskordinatensystem einzumessen. Der erforderliche Abstand der Punkte ist abhängig von der Genauigkeit der Koordinaten der Punkte. Um die geforderte Unsicherheit für die Einbauwinkel der Transducer von $0,1^\circ$ zu erreichen, müssen die Komponenten der abgeleiteten Einheitsvektoren e_x , e_y und e_z eine entsprechende Standardunsicherheit aufweisen. Die erforderliche Unsicherheit der Einheitsvektoren lässt sich vorab überschlägig mit folgender Formel ableiten:

$$\sigma_{x,y,z} \approx \frac{s * \sigma_r}{\sqrt{2}} * \frac{\pi}{180^\circ} \quad (3)$$

mit: $\sigma_{x,y,z}$:= Koordinatenunsicherheit [m]
 σ_r := Richtungsunsicherheit [$^\circ$]
 s := Punktabstand [m] (bei Einheitsvektoren = 1m)

Bei einem Punktabstand von 30cm müssten die Koordinaten der Punkte eine Standardunsicherheit von 0,4mm bzw. bei einem Punktabstand von 1m von 1,2mm haben.

Die Vergrößerung der Punktabstände kann durch die Verwendung einer geeigneten Verlängerungslatte erreicht werden (s. Abb. 13).



Abb. 13: Beispiel für die Verwendung einer Verlängerungslatte am Backbord-Transducer

In dem abgebildeten Beispiel wurden zwei 2m lange Wasserwaagen als „T-Träger“ aufeinander geklebt, um eine ausreichende Stabilität zu erreichen. An den Enden wurden entsprechende Reflektoren mit Heißkleber aufgeklebt. Die Verlängerung wurde für die Messung mit einem Doppelklebeband auf der Transduceroberfläche entlang der vom Hersteller angegebenen Markierungen befestigt.

Um eine Kontrolle und einen Nachweis über die Unsicherheit der Ausrichtung der Verlängerungslatte zu erhalten, ist diese jeweils zweimal in Quer- und Längsrichtung zu befestigen und vom gleichen Gerätestandpunkt aus aufzumessen.

Zusätzlich müssen die vom Hersteller angebrachten Markierungspunkte an den Transducern im Schiffskoordinatensystem bestimmt werden. Die Punkte sollten vom gleichen Gerätestandpunkt mehrfach aufgemessen werden. Die Abstände zwischen dem Zentrum der Zielmarken und der Transduceroberfläche sind zu bestimmen und zu dokumentieren.



Abb. 14: Bestimmung der Markierungspunkte

Zur weiteren Kontrolle sollten mit dem Tachymeter zusätzlich direkt auf der Transduceroberfläche mindestens 10 Punkte bestimmt werden. Die Punkte müssen gleichmäßig auf der Oberfläche verteilt sein.

Insbesondere wenn das Aufhalten einer Verlängerungslatte z.B. beim Einbau der Transducer direkt im Schiffsrumpf nicht möglich ist, müssen die Einheitsvektoren anderweitig bestimmt werden. Hierzu können beispielsweise eine ausreichende Anzahl von Punkten direkt auf der Transduceroberfläche sowie die Markierungsmarken aufgemessen werden. Auf Grund des geringen Abstandes der Punkte müssen diese eine entsprechend geringe Messunsicherheit haben. Die Messungen könnten z.B. mit einem Lasertracker durchgeführt werden.

Für die erforderlichen Genauigkeitsvorüberlegungen können die im Kapitel 6.2 aufgeführten Formeln für die jeweiligen Unsicherheiten verwendet werden.

Unabhängig vom verwendeten Messsystem müssen für jeden Transducer die Einbauwinkel mindestens von einem zweiten Gerätestandpunkt aus bestimmt werden. Hierzu ist zwischen den beiden Messungen mindestens der Standpunkt des Messinstrumentes geringfügig zu verändern. Vom zweiten Standpunkt aus sind alle zuvor beschriebenen Messungen nochmals durchzuführen.

Um den Erfolg der Messung zu prüfen, sollten direkt vor Ort vorläufige Einbauwinkel für jeden Transducer anhand des im Kapitel 6.2 beschriebenen Berechnungsverfahrens aus vorläufigen örtlichen Koordinaten berechnet werden. Die Differenzen zwischen den Einbauwinkeln aus den beiden Aufmessungen der Verlängerungslatten und der beiden Messungen von den beiden Gerätestandpunkten müssen kleiner als die geforderte Unsicherheit selbst sein. Ist eine Differenz größer, muss die Einmessung wiederholt werden.

5.3 Bestimmung der Yaw-Ausrichtung der IMU

Damit die im Zuge der Einmessung aufgezeichneten Roll- und Pitchwinkel der IMU auch die tatsächlichen Neigungswinkel repräsentieren, muss die X_{IMU} -Achse der IMU vor der in Kapitel 5.5 beschriebenen Sensordaten-Aufzeichnung parallel zur Schiff-sachse (X_B) mit einer Standardunsicherheit von $<0,1^\circ$ ausgerichtet werden (s. Abb. 15).

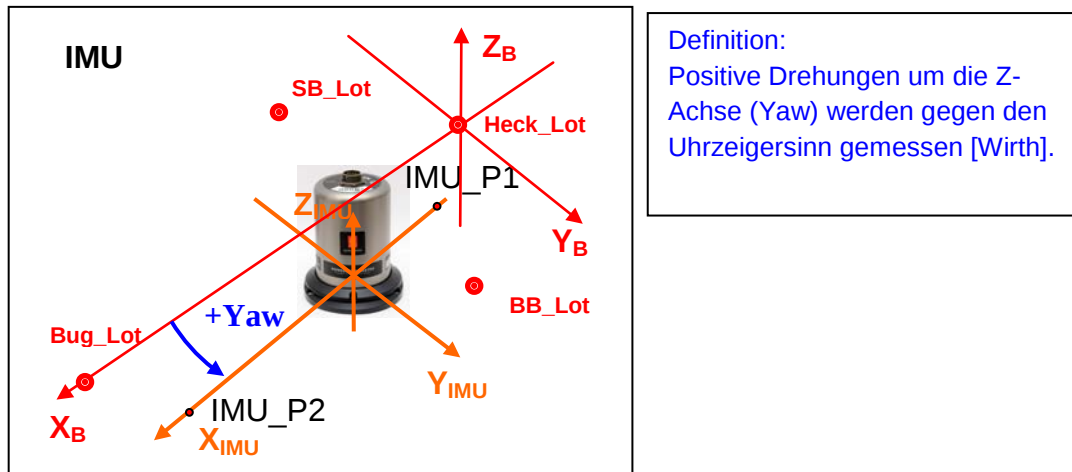


Abb. 15: Einbauwinkel Yaw der IMU

Die exakte Ausrichtung lässt sich vor dem Einbau der IMU bzw. mit ausgebaute IMU am einfachsten mit Hilfe einer entsprechenden Verlängerung über die Langlochschauben zur Befestigung der Grundplatte realisieren (s. Abb. 16).

Die Verdrehung des Koordinatensystems der IMU (S_{IMU}) gegenüber der X_B -Achse des Schiffskoordinatensystems S_B um die Z-Achse (Yaw) wird mit Hilfe der beiden Punkte IMU_P1 und IMU_P2 bestimmt. Die beiden Punkte liegen auf der X-Achse der IMU (X_{IMU}) oder parallel hierzu.

Die Yaw-Ausrichtung ergibt sich aus dem Richtungswinkel der beiden Punkte IMU_P1 und IMU_P2 im Schiffskoordinatensystem S_B (s. Formeln (53) bis (56)). Das bedeutet, dass bereits vor Ort direkt bei der Einmessung die beiden Punkte IMU_P1 und IMU_P2 in einem vorläufigen Schiffskoordinatensystem S'_B , in Anlehnung an die Beschreibung im Kapitel 6.1, zu bestimmen sind.

Um die geforderte Genauigkeit für den Yaw-Winkel von $0,1^\circ$ zu erreichen, müssen die Punkte in Abhängigkeit des jeweiligen Punktabstandes eine entsprechende Koordinatenunsicherheit haben. Die maximale Unsicherheit lässt sich mit Formel (3) berechnen. Bei einer geforderten Richtungsunsicherheit σ_r von $0,1^\circ$ müssten die Koordinaten der Punkte bei einem Punktabstand s von 40cm eine Unsicherheit ($\sigma_{x,y}$) von $<0,5\text{mm}$ haben.

Um den Einfluss der Koordinatenunsicherheit auf die Winkelunsicherheit zu minimieren wird auch hier eine entsprechende Verlängerungslatte z.B. an den Zentrierpunkten der Befestigungsgrundplatte ausgerichtet und für die Messungen beispielsweise mit Doppelklebeband auf der Grundplatte fixiert (siehe Abb. 16).

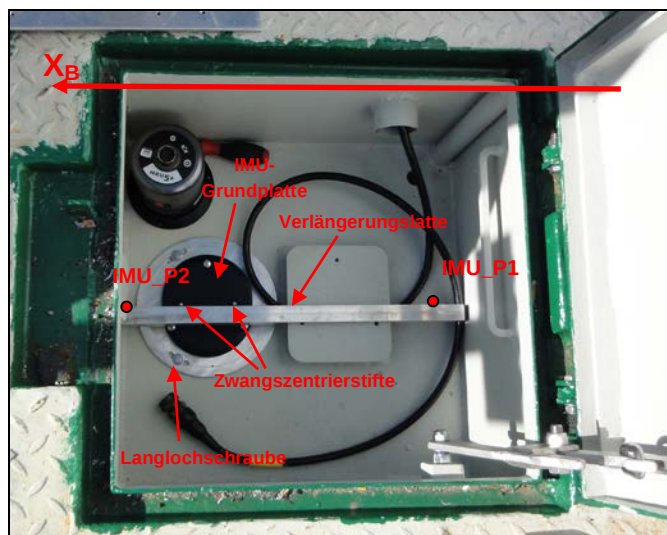


Abb. 16: Beispiel für eine Verlängerungslatte an der IMU

Wenn es keine festen Zentrierungspunkte geben sollte und vom Hersteller keine anderen Bezugspunkte vorgegeben werden, muss das Gehäuse der IMU zur Yaw-Ausrichtung angehalten werden. Hierbei sollten jedoch beide Gehäuseseiten verwendet werden.

Wenn die Ausrichtung der IMU korrigiert wurde, ist über eine erneute Einmessung der Punkte IMU_P1 und IMU_P2 die verbesserte Yaw-Ausrichtung nachzuweisen.

Um auch hier eine Kontrolle und einen Nachweis über die Unsicherheit der Ausrichtung der Verlängerungslatte zu erhalten, ist diese zweimal zu befestigen und aufzumessen.

Um den Erfolg der Messung zu prüfen, sollte direkt vor Ort die vorläufige Ausrichtung aus vorläufigen örtlichen Koordinaten berechnet werden. Die Differenzen zwischen den beiden Messungen müssen kleiner als die geforderte Unsicherheit selbst sein. Ist die Differenz größer muss die Einmessung wiederholt werden.

5.4 Einmessung von Passpunkten im übergeordneten Bezugssystem

Um die Heading-Nullablage eines GNSS-Kompass oder eines Kreiselkompass (s. Kapitel 5.5) zu ermitteln, müssen auf der Helling zusätzlich Passpunkte in einem übergeordneten Bezugssystem der Landesvermessung entweder im geographischen

6 Auswertung

6.1 Berechnung der Schiffskordinaten

Die örtlichen geodätischen Koordinaten im Koordinatensystem $S'_{\text{ÖKS}}$ werden durch eine Netzausgleichung aus den Einmessungselementen bestimmt. Die erreichten Standardabweichungen der Koordinaten sind nachzuweisen.

Die gesamten für die weiteren Berechnungen verwendeten Formeln beziehen sich, wie in der Hydrographie üblich, auf ein mathematisches Koordinatensystem. Für die weitere Berechnung sind daher die örtlichen geodätischen Koordinaten im System $S'_{\text{ÖKS}}$ (Linkssystem) in ein mathematisches örtliches Koordinatensystem $S_{\text{ÖKS}}$ (Rechtssystem) zu überführen (Vorzeichenumkehr der Y-Werte). Nur so erhält man mit den hier angegebenen Formeln vorzeichenrichtige Einmessungsergebnisse!

Die Z-Koordinaten der Wasserlinienpunkte (WL_i) sind aus den Koordinaten der entsprechenden Wasserlinienmarken (WLM_i) und der gemessenen Abstände (h_i) zum Wasserspiegel abzuleiten.

$$Z_{WL_i} = Z_{WLM_i} - h_i \quad (4)$$

Mit Hilfe einer ausgleichenden Ebene durch alle Wasserlinienpunkte (WL_i) sind ausgeglichene örtliche mathematische Koordinaten im Koordinatensystem $S_{\text{ÖKS}}$ zu berechnen. Die Restklaffungen sind nachzuweisen. Die Parameter der Wasserlinienebene werden für die weitere Berechnung benötigt.

Für die Transformation der örtlichen Koordinaten $S_{\text{ÖKS}}$ in das Schiffskordinatensystem S_B werden für die jeweiligen Passpunkte Koordinaten im S_B festgelegt. Hierzu werden zunächst aus den eingemessenen Punkten Heck_BB und Heck_SB der Punkt „Heck“ und aus den eingemessenen Punkten Bug_BB und Bug_SB der Punkt „Bug“ berechnet (s. Abb. 18). Diese beiden berechneten Punkte legen die X-Achse des Schiffskordinatensystems S_B fest. Mit Hilfe der Parameter der Wasserlinienebene werden über die Hesse'sche Normalenform (s. Formeln (103) und (104)) die Abstände der Punkte Heck, Bug, BB und SB zur Wasserlinienebene bestimmt und die Lotfußpunkte Heck_Lot, Bug_Lot, BB_Lot und SB_Lot berechnet (s. Formel (105) und (106)).

Wenn die Parameter der ausgeglichenen Wasserlinienebene nicht bekannt sind, können diese über drei ausgeglichene Punkte der Wasserlinienebene WLM_i bestimmt werden (s. Formeln (95) bis (102)). Hierbei ist darauf zu achten, dass die drei Punkte

eine größtmögliche Fläche bilden. Dies wird beispielsweise mit einem auf der Backbord- und Steuerbordseite liegenden Punkt im Heckbereich (WLM1 und WLM10) und einem Punkt im Bugbereich (WLM5 oder WLM6) erreicht.

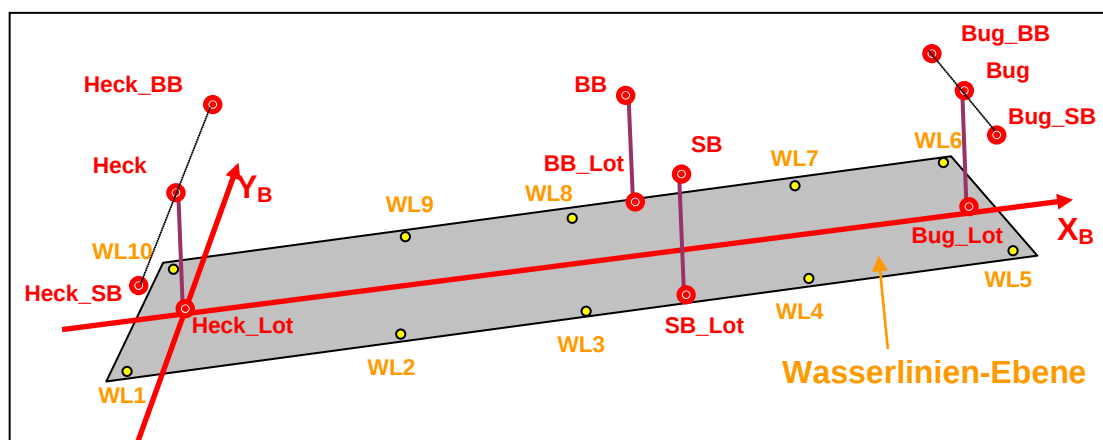


Abb. 18: Ablotung der Passpunkte auf die Wasserlinie

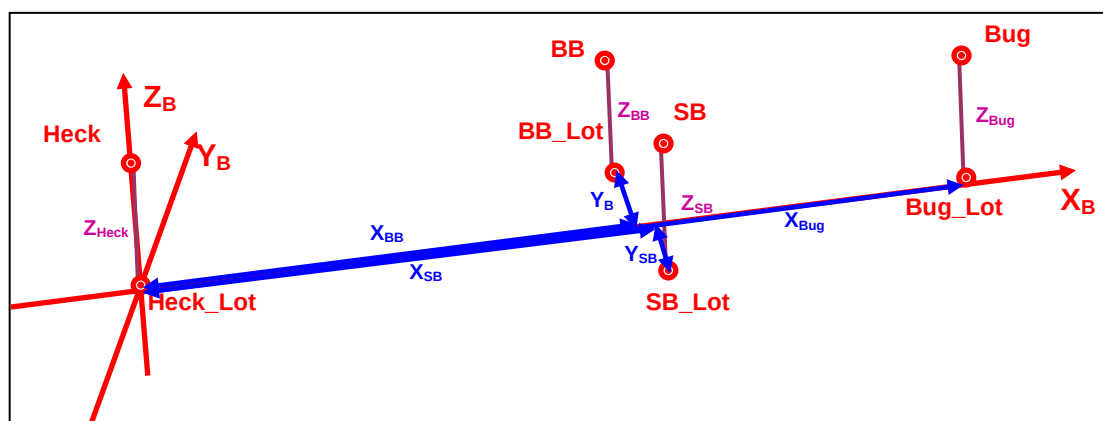


Abb. 19: Festlegung des Schiffskoordinatensystems S_B

Über die Punkte BB_Lot und SB_Lot werden die Lotfußpunkte auf die Gerade Heck_Lot, Bug_Lot (s. Formel (67) bis (79)) berechnet (s. Abb. 19).

Aus den entsprechenden Raumstrecken ergeben sich die Schiffskoordinaten der Passpunkte wie folgt:

Punkt	X_B [m]	Y_B [m]	Z_B [m]
Heck	0,000	0,000	Z_{Heck}
Bug	X_{Bug}	0,000	Z_{Bug}
BB	X_{BB}	Y_{BB}	Z_{BB}
SB	X_{SB}	Y_{SB}	Z_{SB}

Tabelle 2: Koordinaten der Passpunkte im Schiffskoordinatensystem S_B

Sollte das Schiffskoordinatensystem in den tatsächlichen Heckspiegel des Schiffes gelegt werden, müssen die X-Werte noch um das entsprechende horizontale Ab-

standsmaß zwischen dem Punkt Heck_Lot und dem Lotfußpunkt des Heckspiegels verschoben werden.

Mit Hilfe dieser Passpunkte können die örtlichen bereits ins Rechtssystem überführten Koordinaten im S_{ÖKS} aller Punkte ins Schiffskoordinatensystem transformiert werden.

Das Ergebnis dieser Berechnungen sind die Koordinaten aller aufgemessenen Punkte im Schiffskoordinatensystem S_B sowie deren Koordinatenunsicherheiten.

6.2 Berechnung der Einbauwinkel der Transducer

Die nachfolgend für jeden einzelnen Transducer zu berechnenden Einbauwinkel (Transducer-Einbauwinkel_{Roll} (α), Transducer-Einbauwinkel_{Pitch} (β) und Transducer-Einbauwinkel_{Gier} (γ)) sind die Drehwinkel des jeweiligen Transducerkoordinatensystems S_T gegenüber dem Schiffskoordinatensystem S_B (s. Abb. 11 und Abb. 12).

Die Einbauwinkel werden aus den jeweiligen vier Punkten P1 bis P4 über die Einheitsvektoren e_x und e_y sowie den Normaleneinheitsvektor e_z abgeleitet. Bevor die Einbauwinkel jedoch berechnet werden, muss zunächst geprüft werden, ob sich die vier Punkte P1 bis P4 der jeweiligen Transducer auch tatsächlich auf einer Ebene befinden. Hierzu kann beispielsweise mit den Punkten P1, P2 und P3 eine Ebenengleichung als Parameterform aufgestellt werden (siehe Formel (96)) und mit Hilfe der Hesse'schen Normalenform (s. Formeln (97) bis (104)) der Abstand des Punktes P4 zur Ebene berechnet werden. Der Punktabstand muss kleiner als die in Kapitel 5.2 geforderte Punktunsicherheit sein.

Wenn die vier Hilfspunkte P1 bis P4 eine ausreichend genaue Ebene bilden, kann der Vektor a (Vektor von P1 nach P2) und damit der Einheitsvektor e_x berechnet werden:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{P2} - x_{P1} \\ y_{P2} - y_{P1} \\ z_{P2} - z_{P1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (6)$$

$$\vec{e}_a = \vec{e}_x = \begin{bmatrix} e_{x.1} \\ e_{x.2} \\ e_{x.3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} / |\vec{a}| \quad (7)$$

Die Standardabweichung des Vektors a und des Einheitsvektors e_x berechnen sich wie folgt:

$$\sigma_{\vec{a}}^2 = \begin{bmatrix} \sigma_{a_x}^2 \\ \sigma_{a_y}^2 \\ \sigma_{a_z}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_{P2}}^2 + \sigma_{x_{P1}}^2 \\ \sigma_{y_{P2}}^2 + \sigma_{y_{P1}}^2 \\ \sigma_{z_{P2}}^2 + \sigma_{z_{P1}}^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\sigma_{|\vec{a}|}^2 = \left(\frac{a_x}{|\vec{a}|} * \sigma_{a_x} \right)^2 + \left(\frac{a_y}{|\vec{a}|} * \sigma_{a_y} \right)^2 + \left(\frac{a_z}{|\vec{a}|} * \sigma_{a_z} \right)^2 \quad (9)$$

$$\sigma_{\vec{e}_x}^2 = \begin{bmatrix} \sigma_{e_{x,1}}^2 \\ \sigma_{e_{x,2}}^2 \\ \sigma_{e_{x,3}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{|\vec{a}|} * \sigma_{a_x} \right)^2 + \left(-\frac{a_x}{|\vec{a}|^2} * \sigma_{|\vec{a}|} \right)^2 \\ \left(\frac{1}{|\vec{a}|} * \sigma_{a_y} \right)^2 + \left(-\frac{a_y}{|\vec{a}|^2} * \sigma_{|\vec{a}|} \right)^2 \\ \left(\frac{1}{|\vec{a}|} * \sigma_{a_z} \right)^2 + \left(-\frac{a_z}{|\vec{a}|^2} * \sigma_{|\vec{a}|} \right)^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Der Vektor $\vec{b}$ (Vektor von P3 nach P4) und damit der Einheitsvektor $\vec{e}_y$ ergibt sich aus:

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{P4} - x_{P3} \\ y_{P4} - y_{P3} \\ z_{P4} - z_{P3} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2} \quad (12)$$

$$\vec{e}_b = \vec{e}_y = \begin{bmatrix} e_{y,1} \\ e_{y,2} \\ e_{y,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} / |\vec{b}| \quad (13)$$

Die Standardabweichung des Vektors $\vec{b}$ und des Einheitsvektors $\vec{e}_y$ berechnen sich wie folgt:

$$\sigma_{\vec{b}}^2 = \begin{bmatrix} \sigma_{b_x}^2 \\ \sigma_{b_y}^2 \\ \sigma_{b_z}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_{P4}}^2 + \sigma_{x_{P3}}^2 \\ \sigma_{y_{P4}}^2 + \sigma_{y_{P3}}^2 \\ \sigma_{z_{P4}}^2 + \sigma_{z_{P3}}^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\sigma_{|\vec{b}|}^2 = \left(\frac{b_x}{|\vec{b}|} * \sigma_{b_x} \right)^2 + \left(\frac{b_y}{|\vec{b}|} * \sigma_{b_y} \right)^2 + \left(\frac{b_z}{|\vec{b}|} * \sigma_{b_z} \right)^2 \quad (15)$$

$$\sigma_{\vec{e}_y}^2 = \begin{bmatrix} \sigma_{e_{y,1}}^2 \\ \sigma_{e_{y,2}}^2 \\ \sigma_{e_{y,3}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{|\vec{b}|} * \sigma_{b_x} \right)^2 + \left(-\frac{b_x}{|\vec{b}|^2} * \sigma_{|\vec{b}|} \right)^2 \\ \left(\frac{1}{|\vec{b}|} * \sigma_{b_y} \right)^2 + \left(-\frac{b_y}{|\vec{b}|^2} * \sigma_{|\vec{b}|} \right)^2 \\ \left(\frac{1}{|\vec{b}|} * \sigma_{b_z} \right)^2 + \left(-\frac{b_z}{|\vec{b}|^2} * \sigma_{|\vec{b}|} \right)^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Der Einheitsvektor $\vec{e}_z$ ergibt sich aus dem Kreuzprodukt der Einheitsvektoren $\vec{e}_x$ und $\vec{e}_y$.

$$\vec{e}_z = \begin{bmatrix} e_{z,1} \\ e_{z,2} \\ e_{z,3} \end{bmatrix} = \vec{e}_x \times \vec{e}_y = \begin{bmatrix} e_{x,2} * e_{y,3} - e_{x,3} * e_{y,2} \\ e_{x,3} * e_{y,1} - e_{x,1} * e_{y,3} \\ e_{x,1} * e_{y,2} - e_{x,2} * e_{y,1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\sigma_{\vec{e}_z}^2 = \begin{bmatrix} \sigma_{e_{z,1}}^2 \\ \sigma_{e_{z,2}}^2 \\ \sigma_{e_{z,3}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (e_{y,3} * \sigma_{e_{x,2}})^2 + (e_{x,2} * \sigma_{e_{y,3}})^2 + (e_{y,2} * \sigma_{e_{x,3}})^2 + (e_{x,3} * \sigma_{e_{y,2}})^2 \\ (e_{y,1} * \sigma_{e_{x,3}})^2 + (e_{x,3} * \sigma_{e_{y,1}})^2 + (e_{y,3} * \sigma_{e_{x,1}})^2 + (e_{x,1} * \sigma_{e_{y,3}})^2 \\ (e_{y,2} * \sigma_{e_{x,1}})^2 + (e_{x,1} * \sigma_{e_{y,2}})^2 + (e_{y,1} * \sigma_{e_{x,2}})^2 + (e_{x,2} * \sigma_{e_{y,1}})^2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Vor der weiteren Berechnung der Einbauwinkel muss rechnerisch nachgewiesen werden, ob die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ auch tatsächlich senkrecht zueinander stehen. Wenn die beiden Vektoren nicht senkrecht zueinander stehen, würden fehlerhafte Einbauwinkel berechnet werden.

$$\delta = \arccos \left(\frac{\vec{a} * \vec{b}}{|\vec{a}| * |\vec{b}|} \right) = \arccos \left(\frac{a_x * b_x + a_y * b_y + a_z * b_z}{|\vec{a}| * |\vec{b}|} \right) \quad (19)$$

Die Ursache, dass die beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ nicht senkrecht zueinander stehen, kann am ungenauen Anhalten der jeweiligen Verlängerungslatte an die Markierungen der Transducer liegen.

Sollten die beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ und damit die Einheitsvektoren $\vec{e}_x$ und $\vec{e}_y$ nicht senkrecht zueinander stehen, muss über das Kreuzprodukt der Vektoren $\vec{e}_z \times \vec{e}_x$ ein verbesserter Einheitsvektor $\vec{e}'_y$ oder über das Kreuzprodukt der Vektoren $\vec{e}_y \times \vec{e}_z$ ein verbesserter Einheitsvektor $\vec{e}'_x$ berechnet werden. Wichtig ist, dass bei allen Transducern der gleiche Berechnungsweg angewendet wird.

$$\vec{e}'_y = \begin{bmatrix} e'_{y,1} \\ e'_{y,2} \\ e'_{y,3} \end{bmatrix} = \vec{e}_z \times \vec{e}_x = \begin{bmatrix} e_{z,2} * e_{x,3} - e_{z,3} * e_{x,2} \\ e_{z,3} * e_{x,1} - e_{z,1} * e_{x,3} \\ e_{z,1} * e_{x,2} - e_{z,2} * e_{x,1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\sigma_{\vec{e}'_y}^2 = \begin{bmatrix} \sigma_{e'_{y,1}}^2 \\ \sigma_{e'_{y,2}}^2 \\ \sigma_{e'_{y,3}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (e_{x,3} * \sigma_{e_{z,2}})^2 + (e_{z,2} * \sigma_{e_{x,3}})^2 + (e_{x,2} * \sigma_{e_{z,3}})^2 + (e_{z,3} * \sigma_{e_{x,2}})^2 \\ (e_{x,1} * \sigma_{e_{z,3}})^2 + (e_{z,3} * \sigma_{e_{x,1}})^2 + (e_{x,3} * \sigma_{e_{z,1}})^2 + (e_{z,1} * \sigma_{e_{x,3}})^2 \\ (e_{x,2} * \sigma_{e_{z,1}})^2 + (e_{z,1} * \sigma_{e_{x,2}})^2 + (e_{x,1} * \sigma_{e_{z,2}})^2 + (e_{z,2} * \sigma_{e_{x,1}})^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\vec{e}'_x = \begin{bmatrix} e'_{x,1} \\ e'_{x,2} \\ e'_{x,3} \end{bmatrix} = \vec{e}_y \times \vec{e}_z = \begin{bmatrix} e_{y,2} * e_{z,3} - e_{y,3} * e_{z,2} \\ e_{y,3} * e_{z,1} - e_{y,1} * e_{z,3} \\ e_{y,1} * e_{z,2} - e_{y,2} * e_{z,1} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\sigma_{\vec{e}'_x}^2 = \begin{bmatrix} \sigma_{e'_{x,1}}^2 \\ \sigma_{e'_{x,2}}^2 \\ \sigma_{e'_{x,3}}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (e_{z,3} * \sigma_{e_{y,2}})^2 + (e_{y,2} * \sigma_{e_{z,3}})^2 + (e_{z,2} * \sigma_{e_{y,3}})^2 + (e_{y,3} * \sigma_{e_{z,2}})^2 \\ (e_{z,1} * \sigma_{e_{y,3}})^2 + (e_{y,3} * \sigma_{e_{z,1}})^2 + (e_{z,3} * \sigma_{e_{y,1}})^2 + (e_{y,1} * \sigma_{e_{z,3}})^2 \\ (e_{z,2} * \sigma_{e_{y,1}})^2 + (e_{y,1} * \sigma_{e_{z,2}})^2 + (e_{z,1} * \sigma_{e_{y,2}})^2 + (e_{y,2} * \sigma_{e_{z,1}})^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Aus den nun orthogonal stehenden Einheitsvektoren lässt sich nun die Drehmatrix R (Drehung des Transducerkoordinatensystems gegenüber dem Schiffskoordinatensystem) und deren Unsicherheitsmatrix aufstellen.

$$R^B(\gamma, \beta, \alpha)_{ij.T} = \begin{bmatrix} e_{x,1} & e_{y,1} & e_{z,1} \\ e_{x,2} & e_{y,2} & e_{z,2} \\ e_{x,3} & e_{y,3} & e_{z,3} \end{bmatrix} \quad \text{bzw.} \quad R^B(\gamma, \beta, \alpha)_{ij.T} = \begin{bmatrix} e'_{x,1} & e'_{y,1} & e'_{z,1} \\ e'_{x,2} & e'_{y,2} & e'_{z,2} \\ e'_{x,3} & e'_{y,3} & e'_{z,3} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\sigma_{R^B(\gamma, \beta, \alpha)_{ij.T}} = \begin{bmatrix} \sigma_{e_{x,1}} & \sigma_{e_{y,1}} & \sigma_{e_{z,1}} \\ \sigma_{e_{x,2}} & \sigma_{e_{y,2}} & \sigma_{e_{z,2}} \\ \sigma_{e_{x,3}} & \sigma_{e_{y,3}} & \sigma_{e_{z,3}} \end{bmatrix} \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{R^B(\gamma, \beta, \alpha)_{ij.T}} = \begin{bmatrix} \sigma_{e'_{x,1}} & \sigma_{e'_{y,1}} & \sigma_{e'_{z,1}} \\ \sigma_{e'_{x,2}} & \sigma_{e'_{y,2}} & \sigma_{e'_{z,2}} \\ \sigma_{e'_{x,3}} & \sigma_{e'_{y,3}} & \sigma_{e'_{z,3}} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Aus dieser Drehmatrix R lassen sich unter Berücksichtigung der entsprechenden Quadrantenregeln die Einbauwinkel berechnen [Wirth].

Transducer-Einbauwinkel_{Roll} (α):

$$\alpha = \arctan\left(\frac{e'_{y,3}}{e'_{z,3}}\right) \quad (26)$$

$$\sigma_{\alpha}^2 = \left(\left(\frac{1}{\left(\frac{e'_{y,3}{}^2}{e_{z,3}^2} + 1 \right) * e_{z,3}^2} \right) * \sigma_{e'_{y,3}} \right)^2 + \left(\frac{-e'_{y,3}}{\left(\frac{e'_{y,3}{}^2}{e_{z,3}^2} + 1 \right) * e_{z,3}^2} * \sigma_{e_{z,3}} \right)^2 * \frac{180^\circ}{\pi} \quad (27)$$

Transducer-Einbauwinkel_{Pitch} (β):

$$\beta = \arctan \left(\frac{e_{x,3}}{\sqrt{e'_{y,3}{}^2 + e_{z,3}^2}} \right) \quad (28)$$

$$\sigma_{\beta}^2 = \left(\left(\frac{1}{\sqrt{e'_{y,3}{}^2 + e_{z,3}^2} * \left(\frac{e_{x,3}}{\sqrt{e'_{y,3}{}^2 + e_{z,3}^2}} + 1 \right)} * \sigma_{e_{x,3}} \right)^2 + \left(\frac{-e_{x,3} * e'_{y,3}}{(e'_{y,3}{}^2 + e_{z,3}^2)^{\frac{3}{2}} * \left(\frac{e_{x,3}^2}{e'_{y,3}{}^2 + e_{z,3}^2} + 1 \right)} * \sigma_{e'_{y,3}} \right)^2 + \left(\frac{-e_{x,3} * e_{z,3}}{(e'_{y,3}{}^2 + e_{z,3}^2)^{\frac{3}{2}} * \left(\frac{e_{x,3}^2}{e'_{y,3}{}^2 + e_{z,3}^2} + 1 \right)} * \sigma_{e_{z,3}} \right)^2 \right) * \frac{180^\circ}{\pi} \quad (29)$$

Transducer-Einbauwinkel_{Gier} (γ):

$$\gamma = \arctan \left(\frac{e_{x,2}}{e_{x,1}} \right) \quad (30)$$

$$\sigma_{\gamma}^2 = \left(\left(\frac{1}{\left(\frac{e_{x,2}^2}{e_{x,1}^2} + 1 \right) * e_{x,1}^2} \right) * \sigma_{e_{x,2}} \right)^2 + \left(\frac{-e_{x,2}}{\left(\frac{e_{x,2}^2}{e_{x,1}^2} + 1 \right) * e_{x,1}^2} * \sigma_{e_{x,1}} \right)^2 * \frac{180^\circ}{\pi} \quad (31)$$

Da die Verlängerungslatte zur Kontrolle und zum Nachweis der Unsicherheit der Ausrichtung jeweils zweimal in Quer- und Längsrichtung angebracht und jeweils von zwei Standpunkten aufgemessen und die Punkte P1 bis P4 demnach für jeden Trans-

ducer viermal bestimmt wurden, können auch die Einbauwinkel viermal berechnet werden. Die Differenz zwischen den jeweiligen Einbauwinkeln soll nicht größer sein als die geforderte Winkelunsicherheit von $0,1^\circ$. Für die weitere Verwendung sollte der Mittelwert aus den Berechnungen und die Unsicherheit des Mittelwertes benutzt werden.

Da die Definition der Koordinatensysteme und die Drehkonventionen in der jeweils verwendeten Erfassungssoftware von den hier verwendeten abweichen können, sind die in die Software einzugebenden Einbauwinkel evtl. über entsprechende Ergänzungswinkel umzurechnen.

6.3 Berechnung des akustischen Zentrums der Transducer

Da das geometrische Zentrum der Transduceroberfläche i.d.R. mit dem akustischen Zentrum des Transducers nicht identisch ist (s. Abb. 20), müssen die Schiffskoordinaten des akustischen Zentrums beispielsweise mit Hilfe einer Transformation des Transducer-Koordinatensystems S_T ins Schiffskoordinatensystem S_B bestimmt werden.

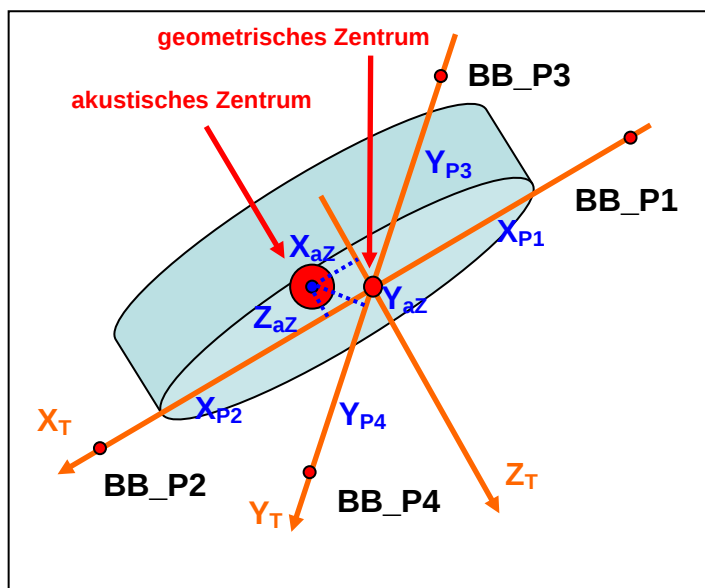


Abb. 20: Akustisches Zentrum des Transducers (Beispiel BB-Transducer)

Als identische Punkte dienen die vier Punkte P1 bis P4, für die die Schiffskoordinaten bestimmt wurden. Für diese vier Punkte werden zudem die Koordinaten im Transducer-Koordinatensystem definiert.

Zunächst wird mit Hilfe eines Geradenschnitts (s. Formel (88) bis (93)) der Schnittpunkt der Gerade P1-P2 und der Gerade P3-P4 in der Einmessebene bestimmt.

Die entsprechenden Abstände der vier Punkte zum Schnittpunkt (s. Formel (94)) ergeben die jeweiligen Koordinatenkomponenten des Transducer-Koordinatensystems (S_T).

Wenn die vier Punkte P1 bis P4 nicht direkt auf der Transducerebene sondern in einer hierzu z.B. wegen der Dicke der angelegten Verlängerungslatte parallelen Messebene liegen, muss der Abstand (a) zwischen den beiden Ebenen in der Z_T -Koordinate entsprechend berücksichtigt werden. Die Exzentrizitäten X_{aZ} , Y_{aZ} und Z_{aZ} zwischen dem geometrischen und dem akustischen Zentrum sind den Herstellerangaben zu entnehmen.

Punkt	X_T [m]	Y_T [m]	Z_T [m]
P1	$-X_{P1}$	0,000	0,000 bzw. a
P2	X_{P2}	0,000	0,000 bzw. a
P3	0,000	$-Y_{P3}$	0,000 bzw. a
P4	0,000	Y_{P4}	0,000 bzw. a
geometrisches Zentrum	0,000	0,000	0,000
akustisches Zentrum	X_{aZ}	Y_{aZ}	$-Z_{aZ}$

Tabelle 3: Koordinaten der Passpunkte im Transducer-Koordinatensystem S_T

Über die vier in beiden Systemen bekannten Passpunkte lassen sich nun die Schiffskoordinaten des geometrischen und akustischen Zentrums über eine Transformation bestimmen.

6.4 Berechnung der Einbauwinkel der IMU

Die Einbauwinkel der IMU (IMU-Einbauwinkel_{Roll} und IMU-Einbauwinkel_{Pitch}) werden über die Schiefelage des Schiffskoordinatensystems S_B gegenüber dem örtlichen Koordinatensystem $S_{ÖKS}$ sowie den Mittelwerten der während der Einmessung aufgezeichneten Sensordaten bestimmt.

Die Yaw-Ausrichtung (IMU-Einbauwinkel_{Yaw}) der IMU und deren Unsicherheit im endgültigen Schiffskoordinatensystem S_B muss vor der Berechnung der IMU-Einbauwinkel_{Roll} und IMU-Einbauwinkel_{Pitch} nachgewiesen werden (s. Kapitel 5.3).

6.4.1 Bestimmung des IMU-Einbauwinkel_{Roll}

Der gesuchte IMU-Einbauwinkel_{Roll} (Einbauwinkel des IMU-Koordinatensystems S_{IMU} gegenüber dem Schiffskoordinatensystem S_B) (siehe Abb. 21 linkes Bild) kann nicht direkt gemessen werden. Bei der Aufzeichnung der Sensordaten auf der Helling wird die Auslenkung der IMU gegenüber der Horizontalen ermittelt (Mittelwert_{Roll}) (siehe Abb. 21 rechtes Bild). Daher muss zunächst die Schiefelage_{Roll} des örtlichen Koordinatensystems $S_{ÖKS}$ gegenüber der Horizontalebene bestimmt werden.

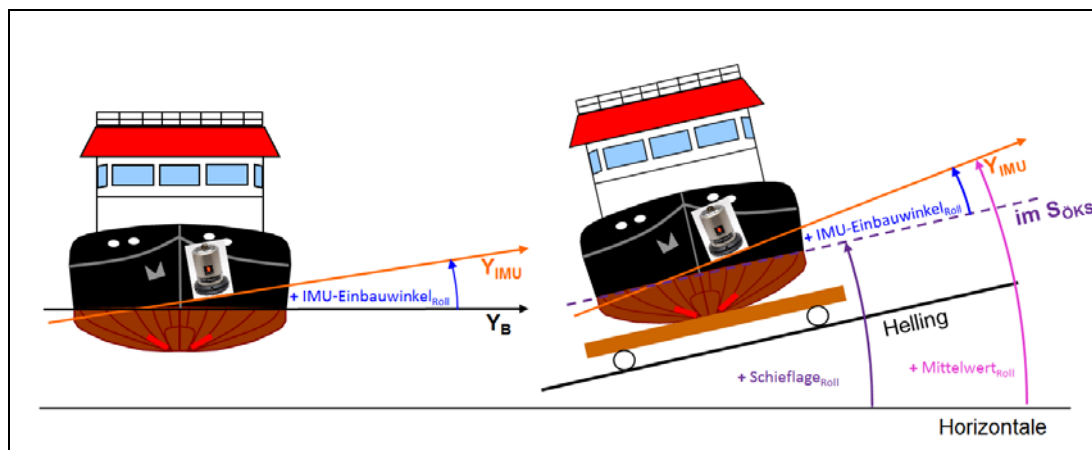
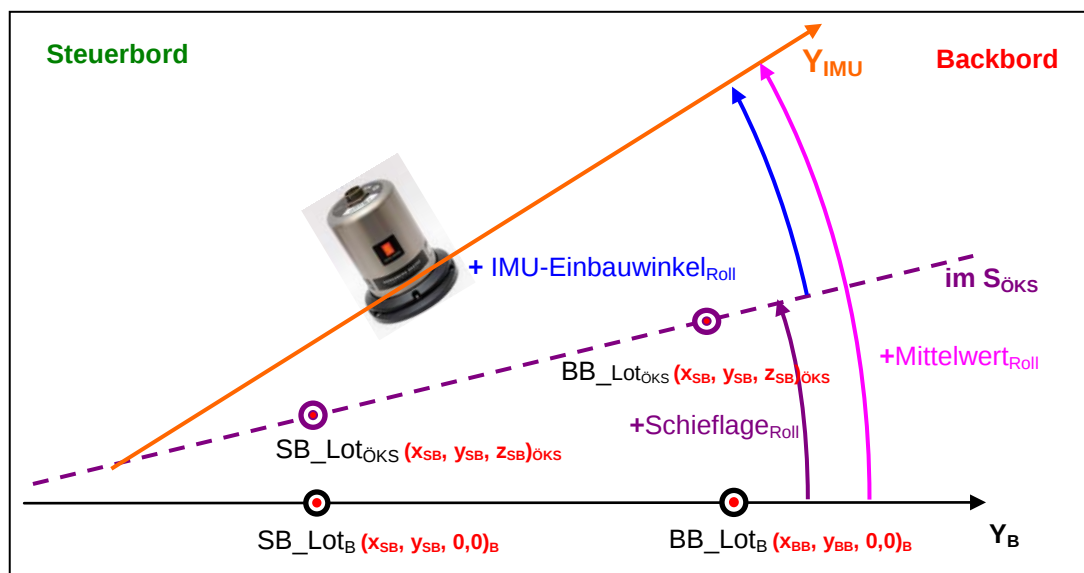


Abb. 21: Winkelbeziehung der IMU im Wasser (linkes Bild) und auf der Helling (rechtes Bild)

Abb. 22: Bestimmung des IMU-Einbauwinkels_{Roll} gegenüber S_B

Auf Grund der Definition des Schiffskoordinatensystems S_B sollten die beiden Lotfußpunkte SB_Lot_B und BB_Lot_B in der Horizontalebene liegen, so dass der Höhenwinkel_{RollB} (Index B bedeutet: Höhenwinkel im S_B) gleich Null ist.

Unter der Bedingung, dass die beiden Passpunkte SB_Lot und BB_Lot den gleichen X_B-Wert im Schiffskoordinatensystem S_B haben, kann die Schiefelage_{Roll} direkt über die Differenz der Höhenwinkel in beiden Koordinatensystemen berechnet werden:

$$\text{Schiefelage}_{\text{Roll}} = \text{Höhenwinkel}_{\text{Roll}_{\text{ÖKS}}} - \text{Höhenwinkel}_{\text{Roll}_B} \quad (32)$$

Die Höhenwinkel_{RollÖKS} und Höhenwinkel_{RollB} werden über die Formeln (57) bis (66) berechnet, wobei der Punkt BB_Lot als P2 und der Punkt SB_Lot als P1 in den Formeln zu verwenden ist. Der IMU-Einbauwinkel_{Roll} ergibt sich aus der nachfolgenden Formel (33):

$$\text{IMU_Einbauwinkel}_{\text{Roll}} = \text{Mittelwert}_{\text{Roll}} - \text{Schiefelage}_{\text{Roll}} \quad (33)$$

Wenn die beiden Passpunkte SB_Lot und BB_Lot nicht (!) den gleichen X-Wert im Schiffskoordinatensystem S_B haben, müssen die entsprechenden Lotfußpunkte auf die X-Achse (s. Formeln (67) bis (79)) im örtlichen Koordinatensystem S_{ÖKS} berechnet und für die Ableitung der Höhenwinkel verwendet werden (siehe Abb. 22).

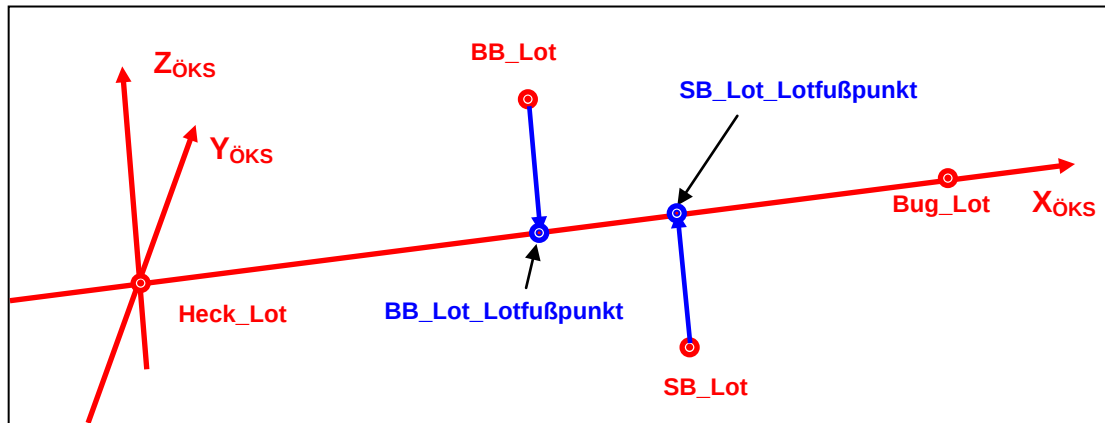


Abb. 23: Berechnung der Lotfußpunkte im örtlichen Koordinatensystem $S_{\text{ÖKS}}$

6.4.2 Bestimmen des IMU-Einbauwinkels $_{\text{Pitch}}$

Auch der gesuchte IMU-Einbauwinkel $_{\text{Pitch}}$ (Einbauwinkel des IMU-Koordinatensystems gegenüber dem Schiffskoordinatensystem S_B) kann nicht direkt gemessen werden. Bei der Aufzeichnung der Sensordaten auf der Helling wird die Auslenkung der IMU gegenüber der Horizontalen ermittelt (Mittelwert $_{\text{Pitch}}$).

Zunächst muss die Schiefelage $_{\text{Pitch}}$ des örtlichen Koordinatensystems $S_{\text{ÖKS}}$ gegenüber der Horizontalebene bestimmt werden. Auf Grund der Definition des Schiffskoordinatensystems S_B sollten die beiden Lotfußpunkte Heck_Lot $_B$ und Bug_Lot $_B$ in der Horizontalebene liegen, so dass der Höhenwinkel $_{\text{Pitch}_B}$ (Index $_B$ bedeutet: Höhenwinkel im S_B) gleich Null ist.

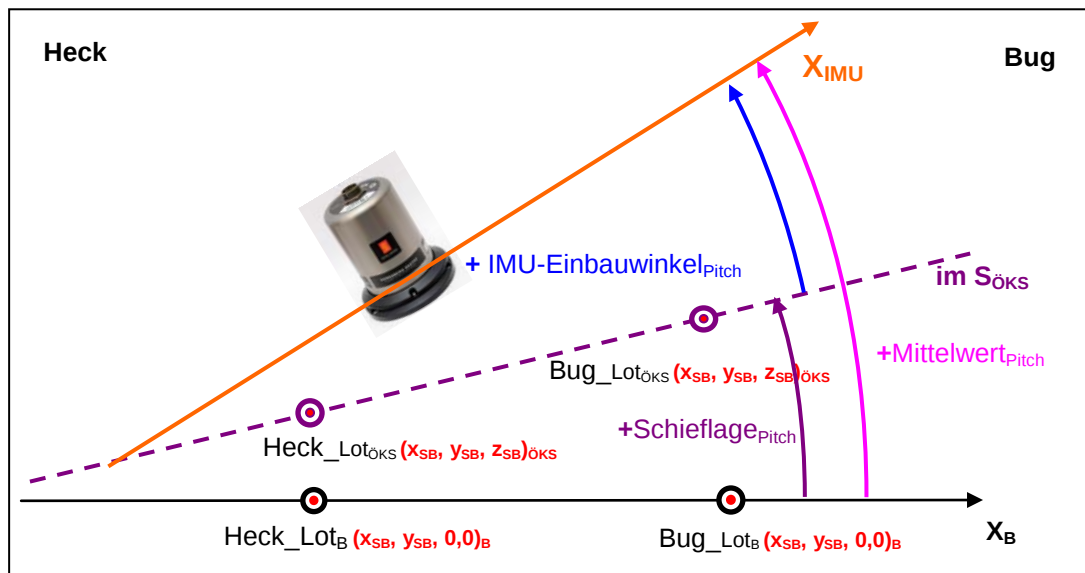


Abb. 24: Bestimmung des IMU-Einbauwinkels $_{\text{Pitch}}$ gegenüber S_B

Die Schiefelage_{Pitch} (Schiefelage des S_B in Pitchrichtung auf der Helling) kann direkt über die Differenz der Höhenwinkel in beiden Koordinatensystemen berechnet werden.

Auf Grund der Definition des Schiffskoordinatensystem S_B sollte der Höhenwinkel_B gleich Null sein.

$$Schiefelage_{Pitch} = Höhenwinkel_{Pitch_{OKS}} - Höhenwinkel_{Pitch_B} \quad (34)$$

Der Höhenwinkel_{PitchOKS} und der Höhenwinkel_{PitchB} werden über die Formeln (57) bis (66) berechnet, wobei der Punkt Bug_Lot als P2 und der Punkt Heck_Lot als P1 in den Formeln zu verwenden ist. Der IMU-Einbauwinkel_{Pitch} ergibt sich aus der nachfolgenden Formel (33):

$$IMU_Einbauwinkel_{Pitch} = Mittelwert_{Pitch} - Schiefelage_{Pitch} \quad (35)$$

6.5 Berechnung der Heading-Nullablage

Ein aus GNSS-Messungen abgeleitetes Heading bezieht sich grundsätzlich auf die geographische Nordrichtung im Koordinatensystem S_R .

Bei einem GNSS-Heading-Sensor müssen grundsätzlich zwei unterschiedliche Gerätetypen unterschieden werden. Zum einen der kompakte Gerätetyp, in dem die beiden GNSS-Antennen in einem Bauteil vereint sind und zum anderen der Gerätetyp, wo die beiden GNSS-Antennen physikalisch getrennt installiert werden.

Bei der kompakten Bauweise kann die Heading-Nullablage wie bei einem Kreiselkompass ausschließlich mit Hilfe des während der Einmessung aufgezeichneten Azimuts bestimmt werden.

Wenn die beiden GNSS-Antennen getrennt installiert sind, kann zur Kontrolle zusätzlich ein zweiter Wert für die Heading-Nullablage aus den Schiffskoordinaten der beiden GNSS-Antennen berechnet werden.

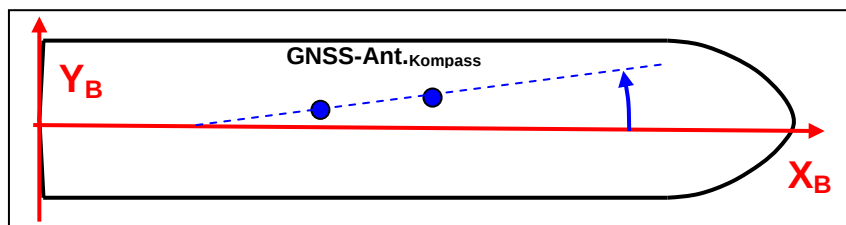


Abb. 25: Heading-Nullablage des Kompass

Um die Heading-Nullablage zu bestimmen, wird der Richtungswinkel der Schiffssache auf der Helling gegen geographisch Nord als Sollrichtung benötigt. Die Sollrichtung wird aus den geographischen Koordinaten im Koordinatensystem S_R bzw. aus den Koordinaten im Landeskoordinatensystem S_U unter Berücksichtigung der entsprechenden Meridiankonvergenz c der Passpunkte und dem aufgezeichneten Azimut des Sensors abgeleitet.

$$c \approx \left(\frac{Y}{R} * \tan B \right) * \frac{180^\circ}{\pi} \quad (36)$$

mit: Y := Abstand zum Hauptmeridian [m]
 R := mittlerer Erdradius [m] (6.381.000m)
 B := geographische Breite auf dem Bezugsellipsoid [°]

Der Abstand zum Hauptmeridian wird wie folgt berechnet, wobei bei UTM-Koordinaten der von 1 abweichende Maßstabsfaktor zu beachten ist.

$$Y = \frac{y - mk * af - ky}{am} \quad (37)$$

mit: y := Rechtswert [m]

mk := Meridianstreifenkennziffer []
 af := Faktor für Meridianstreifenkennziffer [] (1.000.000)
 ky := konstanter Zuschlag im y-Wert [m] (500.000m)
 am := Maßstabsfaktor im Mittelmeridian []
 (bei GK: 1,0000 bei UTM: 0,9996)

I.d.R. wird bei den hier zugrunde liegenden Genauigkeitsanforderungen der oben angegebene Näherungswert (Erde als Kugel approximiert) für die Meridiankonvergenz ausreichen. Andernfalls müsste die Meridiankonvergenz mit Hilfe einer in der einschlägigen Literatur veröffentlichten Reihenentwicklung berechnet werden.

Zunächst sind die beiden Punkte "Heck_Lot" und "Bug_Lot" über die im übergeordneten Bezugssystem bestimmten Passpunkte in das übergeordnete Bezugssystem zu transformieren.

Das Azimut gegenüber geographisch Nord ergibt sich dann aus dem Richtungswinkel der Koordinaten der beiden Punkte "Heck_Lot" und "Bug_Lot" im übergeordneten Bezugssystem und der Meridiankonvergenz.

$$Azimut_{geogr.N.} = \arctan\left(\frac{dy}{dx}\right) * \frac{180^\circ}{\pi} + c = \arctan\left(\frac{y_{Bug_{SU}} - y_{Heck_{SU}}}{x_{Bug_{SU}} - x_{Heck_{SU}}}\right) * \frac{180^\circ}{\pi} + c \quad (38)$$

Die Heading-Nullablage berechnet sich aus der Differenz zwischen dem Azimut (Sollrichtung) und dem Mittelwert des aufgezeichneten Headings (Istrichtung).

$$Heading_Nullablage = Azimut_{geogr.N.} - Mittelwert_{Heading} \quad (39)$$

$$\sigma_{Heading_Nullablage}^2 = \sigma_{Azimut_{geogr.N.}}^2 + \sigma_{Mittelwert_{Heading}}^2 \quad (40)$$

$$\sigma_{Azimut_{geogr.N.}}^2 = \left(\left(\frac{1}{\left(\frac{dy^2}{dx^2} + 1 \right) * dx} * \sigma_{dy} \right)^2 + \left(\frac{-dy}{\left(\frac{dy^2}{dx^2} + 1 \right) * dx^2} * \sigma_{dx} \right)^2 \right) * \frac{180^\circ}{\pi} \quad (41)$$

$$\sigma_{dy}^2 = \sigma_{y_{Bug_{SU}}}^2 + \sigma_{y_{Heck_{SU}}}^2 \quad (42)$$

$$\sigma_{dx}^2 = \sigma_{x_{Bug_{SU}}}^2 + \sigma_{x_{Heck_{SU}}}^2 \quad (43)$$

Alternativ kann der Heading-Offset auch entsprechend aus geographischen Koordinaten abgeleitet werden.

7 Dokumentation der Einmessung

Die Einmessung und Auswertung ist so zu dokumentieren, dass die örtlichen Arbeiten und die durchgeführten Berechnungen zu einem späteren Zeitpunkt noch nachvollzogen und bei Bedarf nachgerechnet werden können. Die nachfolgende Liste soll hierzu Anhaltspunkte für den Umfang der Dokumentation geben. Sie stellt keine abschließende Liste dar:

Einmessung auf der Helling:

- Datum und Ort der Einmessung, Namen der ausführenden Personen
- eingesetzte Messgeräte und Software
- Nachweis der verwendeten Prismen auf allen Punkten, incl. deren Offsets
- Nachweis der Abstände der Prismenbezugspunkte zur Transduceroberfläche
- Nachweis der Stand- und Zielpunkte
- Erläuterung der verwendeten Punktbezeichnungen
- Fotos, Skizzen und Erläuterungen
- Nachweis der Berechnung des vorläufigen Schiffskoordinatensystems
- Nachweis der Differenzen der Transducereinbauwinkel aus den Doppelmessungen im örtlichen vorläufigen Koordinatensystem
- Nachweis der Differenz der Yaw-Ausrichtung des Bewegungssensors aus den Doppelmessungen im örtlichen vorläufigen Schiffskoordinatensystem

Sensordatenaufzeichnung:

- Datum und Uhrzeit, Namen der ausführenden Personen
- Nachweis der eingestellten Yaw-Ausrichtung der IMU
- Nachweis der eingestellten Nullablagen im Sensor
- Nachweis der aufgezeichneten Sensordaten
- berechnete Mittelwerte mit Standardabweichung, Minimalwert, Maximalwert

Einmessung im Wasser:

- Datum und Ort der Einmessung, Namen der ausführenden Personen
- Nachweis des Beladungszustands (Treibstoff, Frischwasser, Brauchwasser)
- Dokumentation der gemessenen Abstände
- Nachweis der Differenz der beiden Messungen

Auswertung und Berechnungen:

- Datum der Auswertung, Namen der ausführenden Personen
- Ergebnis der Netzausgleichung mit Unsicherheiten
- Ergebnis der Schiffskoordinaten mit Unsicherheiten

- ausführliche Dokumentation aller Berechnungen mit Skizzen
- Nachweis der Differenzen der Doppelmessungen
- Zusammenstellung der Endergebnisse

8 Zusammenfassung und Fazit

Die hier beschriebenen Mess- und Berechnungsverfahren wurden bei verschiedenen Einmessungen in der WSV erfolgreich angewendet. Die BfG hat die Erfahrungen in diesem Leitfaden für die Einmessung von hydrographischen Messsystemen auf Vermessungsschiffen zusammengefasst.

Die vorgegebenen und größtenteils von den Sensorherstellern geforderten Genauigkeitsanforderungen an die Einmessungsergebnisse können in der Praxis mit einem vertretbaren Aufwand erreicht werden.

Die Verfahren können bei den verschiedenen hydrographischen Messsystemen wie Fächerlotsystemen (MultiBeamEchoSounder-MBES) und Mehrschwingersystemen (MultiChannelSystems-MCS) für den Binnenbereich und den Küstenbereich angewendet werden.

Bei vergleichsweise einfachen Einzelschwingermesssystemen (SingleBeamEchoSounder-SBES) können die Mess- und Berechnungsverfahren sinngemäß angewendet werden.

Grundsätzlich gilt für alle Sensoren eines Messsystems, dass die einzumessenden Einbauwinkel und Nullablagen nicht schlechter als die Messunsicherheit der Sensoren selbst sein dürfen.

Dieser Leitfaden sollte als Grundlage für die Arbeitsanweisung zur Einmessung von hydrographischen Messsystemen (AA102 - "Bestimmen der Installationsparameter der Messsensoren an Bord") im QM-System aQua dienen.

Es wird empfohlen, bei der Vergabe der Einmessung von hydrographischen Messsystemen an ein Vermessungsingenieurbüro die Anwendung dieses Leitfadens vertraglich zu vereinbaren.

Darüber hinaus haben die Erfahrungen bei der Vergabe großräumiger Sohlaufnahmen gezeigt, dass die verwendeten Vermessungssysteme Dritter ebenfalls anhand der hier beschriebenen Mess- und Berechnungsverfahren eingemessen werden müssen.

Literaturverzeichnis

- BRÜGGEMANN, TH.: Ingenieurgeodätische Fragestellungen bei der Einmessung von Vermessungsschiffen, Kolloquium „Neue Entwicklungen in der Gewässervermessung“ der Bundesanstalt für Gewässerkunde, Koblenz, 20./21.11.2012, Band 5/2013
- WIRTH, H.: Messunsicherheiten in der Gewässervermessung, Bericht Nr. 1734 der Bundesanstalt für Gewässerkunde, Koblenz, 02.11.2011
- Messunsicherheiten in der Gewässervermessung – Grundlagen und Beispiele für Anwendungsmöglichkeiten, Kolloquium „Neue Entwicklungen in der Gewässervermessung“ der Bundesanstalt für Gewässerkunde, Koblenz, 20./21.11.2012, Band 5/2013
- IHO: International Hydrographic Organization Special Publication N° 44, Standards for Hydrographic Surveys, 5th Edition February 2008
- aQua-QM-Dokument: AA102 - Bestimmen der Installationsparameter der Messsensoren an Bord, Version 5.0, 2012, unveröffentlicht

Anhang:

Formelzusammenstellung

1	Strecke von Punkt P_1 nach Punkt P_2	2
2	Richtungswinkel von Punkt P_1 nach Punkt P_2	3
3	Höhenwinkel von Punkt P_1 nach Punkt P_2	4
4	Abstand eines Punktes P_i zu einer Geraden g	5
5	Schnittpunkt zweier Geraden g_1 und g_2	7
6	Abstand eines Punktes P_i zur Ebene E	8
7	Koordinaten des Lotfußpunktes eines Punktes P_i in der Ebene E	9

1 Strecke von Punkt P₁ nach Punkt P₂

$$dx = x_2 - x_1 \quad (44)$$

$$dy = y_2 - y_1 \quad (45)$$

$$dz = z_2 - z_1 \quad (46)$$

$$s = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \quad (47)$$

$$\sigma_{dx}^2 = \sigma_{x_2}^2 + \sigma_{x_1}^2 \quad (48)$$

$$\sigma_{dy}^2 = \sigma_{y_2}^2 + \sigma_{y_1}^2 \quad (49)$$

$$\sigma_{dz}^2 = \sigma_{z_2}^2 + \sigma_{z_1}^2 \quad (50)$$

$$\sigma_s^2 = \left(\frac{dx}{s} * \sigma_{dx} \right)^2 + \left(\frac{dy}{s} * \sigma_{dy} \right)^2 + \left(\frac{dz}{s} * \sigma_{dz} \right)^2 \quad (51)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Unsicherheiten der Koordinatenkomponenten gleich sind, lässt sich die Formel (51) vereinfachen zu:

$$\sigma_s^2 = 3 * (\sigma_{x,y,z})^2 \quad (52)$$

2 Richtungswinkel von Punkt P₁ nach Punkt P₂

$$\text{Richtungswinkel}_{P_1}^{P_2} = \arctan\left(\frac{dy}{dx}\right) = \arctan\left(\frac{y_{P_2} - y_{P_1}}{x_{P_2} - x_{P_1}}\right) \quad (53)$$

$$\sigma_{\text{Richtungswinkel}}^2 = \left(\left(\frac{1}{\left(\frac{dy^2}{dx^2} + 1 \right) * dx} * \sigma_{dy} \right)^2 + \left(\frac{-dy}{\left(\frac{dy^2}{dx^2} + 1 \right) * dx^2} * \sigma_{dx} \right)^2 \right) * \frac{180^\circ}{\pi} \quad (54)$$

$$\sigma_{dy}^2 = \sigma_{y_{P_2}}^2 + \sigma_{y_{P_1}}^2 \quad (55)$$

$$\sigma_{dx}^2 = \sigma_{x_{P_2}}^2 + \sigma_{x_{P_1}}^2 \quad (56)$$

3 Höhenwinkel von Punkt P₁ nach Punkt P₂

$$\text{Höhenwinkel}_{P_1}^{P_2} = \arcsin\left(\frac{dz}{s}\right) = \arcsin\left(\frac{z_{P_2} - z_{P_1}}{\text{Raumstrecke}_{P_1}^{P_2}}\right) \quad (57)$$

$$\sigma_{\text{Höhenwinkel}}^2 = \left(\left(\frac{1}{s * \sqrt{1 - \frac{dz^2}{s^2}}} * \sigma_{dz} \right)^2 + \left(\frac{-dz}{\sqrt{1 - \frac{dz^2}{s^2}} * s^2} * \sigma_s \right)^2 \right) * \frac{180^\circ}{\pi} \quad (58)$$

$$dx = x_{P_2} - x_{P_1} \quad (59)$$

$$dy = y_{P_2} - y_{P_1} \quad (60)$$

$$dz = z_{P_2} - z_{P_1} \quad (61)$$

$$s = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \quad (62)$$

$$\sigma_{dx}^2 = \sigma_{x_{P_2}}^2 + \sigma_{x_{P_1}}^2 \quad (63)$$

$$\sigma_{dy}^2 = \sigma_{y_{P_2}}^2 + \sigma_{y_{P_1}}^2 \quad (64)$$

$$\sigma_{dz}^2 = \sigma_{z_{P_2}}^2 + \sigma_{z_{P_1}}^2 \quad (65)$$

$$\sigma_s^2 = \left(\frac{dx}{s} * \sigma_{dx} \right)^2 + \left(\frac{dy}{s} * \sigma_{dy} \right)^2 + \left(\frac{dz}{s} * \sigma_{dz} \right)^2 \quad (66)$$

4 Abstand eines Punktes P_i zu einer Geraden g

Geradengleichung in Parameterform aus den Punkten $P_1 - P_2$:

$$g: \vec{x} = \text{Ortsvektor} + \lambda * \text{Richtungsvektor} \quad (67)$$

$$g: \vec{x} = \begin{bmatrix} x_{P_1} \\ y_{P_1} \\ z_{P_1} \end{bmatrix} + \lambda * \begin{bmatrix} x_{P_2} - x_{P_1} \\ y_{P_2} - y_{P_1} \\ z_{P_2} - z_{P_1} \end{bmatrix} \quad (68)$$

mit Hilfe der Ebenengleichung der Hilfsebene:

$$E_H: [\vec{x} - \vec{x}_i] * \text{Richtungsvektor} = 0 \quad (69)$$

$$E_H: \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{P_i} \\ y_{P_i} \\ z_{P_i} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_{P_2} - x_{P_1} \\ y_{P_2} - y_{P_1} \\ z_{P_2} - z_{P_1} \end{bmatrix} = 0 \quad (70)$$

nach dem ausmultiplizieren der Ebenengleichung lässt sich λ berechnen mit:

$$\lambda = \frac{dx_{P_2-P_1} * dx_{P_i-P_1} + dy_{P_2-P_1} * dy_{P_i-P_1} + dz_{P_2-P_1} * dz_{P_i-P_1}}{dx_{P_2-P_1}^2 + dy_{P_2-P_1}^2 + dz_{P_2-P_1}^2} \quad (71)$$

mit:

$$dx_{P_2-P_1} = x_{P_2} - x_{P_1} \quad (72)$$

$$dy_{P_2-P_1} = y_{P_2} - y_{P_1} \quad (73)$$

$$dz_{P_2-P_1} = z_{P_2} - z_{P_1} \quad (74)$$

$$dx_{P_i-P_1} = x_{P_i} - x_{P_1} \quad (75)$$

$$dy_{P_i-P_1} = y_{P_i} - y_{P_1} \quad (76)$$

$$dz_{P_i-P_1} = z_{P_i} - z_{P_1} \quad (77)$$

Der Lotfußpunkt P_{Lot} des Punktes P_i auf die Gerade $P_1 - P_2$ ergibt sich aus der Formel (68):

$$\text{Lotfußpunkt } P_{Lot} \text{ auf } g: \vec{x}_{Lot} = \begin{bmatrix} x_{Lot} \\ y_{Lot} \\ z_{Lot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{P_1} \\ y_{P_1} \\ z_{P_1} \end{bmatrix} + \lambda * \begin{bmatrix} x_{P_2} - x_{P_1} \\ y_{P_2} - y_{P_1} \\ z_{P_2} - z_{P_1} \end{bmatrix} \quad (78)$$

Abstand zwischen Lotfußpunkte P_{Lot} und Punkt P_i

$$Abstand_{P_{Lot}-P_i} = \sqrt{(x_{Lot} - x_{P_i})^2 + (y_{Lot} - y_{P_i})^2 + (z_{Lot} - z_{P_i})^2} \quad (79)$$

Alternative Berechnungsformel:

Geradengleichung allgemein:

$$g : \vec{x} = \text{Ortsvektor} + \lambda * \text{Richtungsvektor} \quad (80)$$

Geradengleichung $P_1 - P_2$:

$$g_1 : \begin{bmatrix} x_{P_1} \\ y_{P_1} \\ z_{P_1} \end{bmatrix} + \lambda_1 * \begin{bmatrix} x_{P_2} - x_{P_1} \\ y_{P_2} - y_{P_1} \\ z_{P_2} - z_{P_1} \end{bmatrix} \quad (81)$$

Abstandsberechnung:

$$Abstand_{P_i} = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{|\vec{a}|} \quad (82)$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{P_2} - x_{P_1} \\ y_{P_2} - y_{P_1} \\ z_{P_2} - z_{P_1} \end{bmatrix} \quad (83)$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{P_i} - x_{P_1} \\ y_{P_i} - y_{P_1} \\ z_{P_i} - z_{P_1} \end{bmatrix} \quad (84)$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{bmatrix} ab_x \\ ab_y \\ ab_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_y * b_z - a_z * b_y \\ a_z * b_x - a_x * b_z \\ a_x * b_y - a_y * b_x \end{bmatrix} \quad (85)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (86)$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{ab_x^2 + ab_y^2 + ab_z^2} \quad (87)$$

5 Schnittpunkt zweier Geraden g_1 und g_2

Geradengleichung allgemein:

$$g: \vec{x} = \text{Ortsvektor} + \lambda * \text{Richtungsvektor} \quad (88)$$

Geradengleichung $P_1 - P_2$:

$$g_1: \begin{bmatrix} x_{P_1} \\ y_{P_1} \\ z_{P_1} \end{bmatrix} + \lambda_1 * \begin{bmatrix} x_{P_2} - x_{P_1} \\ y_{P_2} - y_{P_1} \\ z_{P_2} - z_{P_1} \end{bmatrix} \quad (89)$$

Geradengleichung $P_3 - P_4$:

$$g_2: \begin{bmatrix} x_{P_3} \\ y_{P_3} \\ z_{P_3} \end{bmatrix} + \lambda_2 * \begin{bmatrix} x_{P_4} - x_{P_3} \\ y_{P_4} - y_{P_3} \\ z_{P_4} - z_{P_3} \end{bmatrix} \quad (90)$$

Daraus ergeben sich:

$$\lambda_2 = \frac{(y_{P_3} - y_{P_1}) * (x_{P_2} - x_{P_1}) + (x_{P_1} - x_{P_3}) * (y_{P_2} - y_{P_1})}{(x_{P_4} - x_{P_3}) * (y_{P_2} - y_{P_1}) - (y_{P_4} - y_{P_3}) * (x_{P_2} - x_{P_1})} \quad (91)$$

$$\lambda_1 = \frac{y_{P_3} + \lambda_2 * (y_{P_4} - y_{P_3}) - y_{P_1}}{(y_{P_2} - y_{P_1})} \quad (92)$$

Der Schnittpunkt ergibt sich demnach beispielsweise aus der Gleichung g_1 :

$$\text{Schnittpunkt mit } g_1: \begin{bmatrix} x_S \\ y_S \\ z_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{P_1} \\ y_{P_1} \\ z_{P_1} \end{bmatrix} + \lambda_1 * \begin{bmatrix} x_{P_2} - x_{P_1} \\ y_{P_2} - y_{P_1} \\ z_{P_2} - z_{P_1} \end{bmatrix} \quad (93)$$

Die Abstände der Punkte P_i zum Schnittpunkt P_S :

$$\text{Abstand}_{(P_S \text{ zu } P_i)} = \sqrt{(x_S - x_{P_i})^2 + (y_S - y_{P_i})^2 + (z_S - z_{P_i})^2} \quad (94)$$

6 Abstand eines Punktes P_i zur Ebene E

Ebenengleichung in Parameterform aus drei Punkten $P_1 - P_2 - P_3$:

$$E : \vec{x} = \text{Ortsvektor} + \lambda_1 * \text{Richtungsvektor1} + \lambda_2 * \text{Richtungsvektor2} \quad (95)$$

$$E : \vec{x} = \begin{bmatrix} x_{P_1} \\ y_{P_1} \\ z_{P_1} \end{bmatrix} + \lambda_1 * \begin{bmatrix} x_{P_2} - x_{P_1} \\ y_{P_2} - y_{P_1} \\ z_{P_2} - z_{P_1} \end{bmatrix} + \lambda_2 * \begin{bmatrix} x_{P_3} - x_{P_1} \\ y_{P_3} - y_{P_1} \\ z_{P_3} - z_{P_1} \end{bmatrix} \quad (96)$$

Normalenvektor auf die Ebene (Kreuzprodukt der beiden Richtungsvektoren):

$$\vec{n} = \text{Richtungsvektor1} \times \text{Richtungsvektor2} \quad (97)$$

$$\vec{n} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{P_2} - x_{P_1} \\ y_{P_2} - y_{P_1} \\ z_{P_2} - z_{P_1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_{P_3} - x_{P_1} \\ y_{P_3} - y_{P_1} \\ z_{P_3} - z_{P_1} \end{bmatrix} \quad (98)$$

$$\vec{n} = \begin{bmatrix} (y_{P_2} - y_{P_1}) * (z_{P_3} - z_{P_1}) - (z_{P_2} - z_{P_1}) * (y_{P_3} - y_{P_1}) \\ (z_{P_2} - z_{P_1}) * (x_{P_3} - x_{P_1}) - (x_{P_2} - x_{P_1}) * (z_{P_3} - z_{P_1}) \\ (x_{P_2} - x_{P_1}) * (y_{P_3} - y_{P_1}) - (y_{P_2} - y_{P_1}) * (x_{P_3} - x_{P_1}) \end{bmatrix} \quad (99)$$

$$|\vec{n}| = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$$

Ebenengleichung in Koordinatenform:

$$E : a * x + b * y + c * z = d \quad (100)$$

$$d = \vec{n} * \text{Ortsvektor} \quad , \quad a = n_x \quad , \quad b = n_y \quad \text{und} \quad c = n_z \quad (101)$$

$$d = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_{P_1} \\ y_{P_1} \\ z_{P_1} \end{bmatrix} = n_x * x_{P_1} + n_y * y_{P_1} + n_z * z_{P_1} \quad (102)$$

Abstand des Punktes P_i zur Ebene (Hesse'sche Normalenform):

$$HNF : \text{Abstand}_{P_i} = \frac{a * x_{P_i} + b * y_{P_i} + c * z_{P_i} - d}{|\vec{n}|} \quad (103)$$

$$HNF : \text{Abstand}_{P_i} = \frac{n_x * x_{P_i} + n_y * y_{P_i} + n_z * z_{P_i} - n_x * x_{P_1} + n_y * y_{P_1} + n_z * z_{P_1}}{|\vec{n}|} \quad (104)$$

7 Koordinaten des Lotfußpunktes eines Punktes P_i in der Ebene E

Berechnung des Normaleneinheitsvektors aus dem Normalenvektor aus Formel (98):

$$\vec{n}_e = \begin{bmatrix} n_{e_x} \\ n_{e_y} \\ n_{e_z} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix}}{|\vec{n}|} \quad (105)$$

Berechnung der Koordinaten des Lotfußpunktes über den Abstand aus Formel (104):

$$\text{Lotfusspunkt: } \vec{x}_{Lot_i} = \begin{bmatrix} x_{P_i} \\ y_{P_i} \\ z_{P_i} \end{bmatrix} - Abstand_{P_i} * \begin{bmatrix} n_{e_x} \\ n_{e_y} \\ n_{e_z} \end{bmatrix} \quad (106)$$